

Конспект лекций по курсу общей физики. Часть III
“Оптика. Квантовые представления о свете.
Атомная физика и физика ядра”
Лекция № 9

7. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

7.1. Волновые свойства частиц. Гипотеза де Бройля (1924г)

Начало XX столетия физика встретила, казалось, неразрешимым кризисом. Новая фотонная теория света оказалась не универсальной. Чтобы объяснить, например, интерференцию, свету приписывают волновую природу. Фотоэлектрический эффект обнаруживает квантовую природу света. Двойственность природы света – это своеобразный дуализм «волна-частица». Если «перемещаться» по шкале электромагнитных волн в сторону более коротких длин волн, все более отчетливо проявляются квантовые свойства.



Луи де Бройль
(1892-1987г.)

С этой точки зрения не было ничего невероятного в предположении, сделанном французским физиком Луи де Бройлем, будущим Нобелевским лауреатом. Автор новой **глубоко революционной** концепции пришел к заключению, что существуют еще более короткие волны, связанные с частицами вещества. Т.е. **любые материальные частицы (электроны, атомы, молекулы) наряду с корпускулярными свойствами обладают также и волновыми; причем, правила перехода от одного аспекта природы материальных частиц к другому такие же, как и для фотона, для «волны-частицы» в оптике. Т.е. дуализм не есть особенность только оптических явлений, а – универсальное свойство материи.**

Прием, который встретили идеи де Бройля в научном мире, хорошо характеризуется следующим случаем. В 1925 году А.Эйнштейн посоветовал физику Макс Борну прочесть диссертацию де Бройля, сказав: **«Прочтите ее! Хотя и кажется, что ее писал сумасшедший, написана она солидно.»**

И все же открытия в физике делаются тогда, когда приходит их время, и не раньше!

Математические средства, использованные де Бройлем чрезвычайно просты.

Пусть электрон (материальная частица) массой m движется равномерно со скоростью v . Корпускулярная теория характеризует его энергию E и импульс p как

$$E=mc^2 \text{ и } p=mv.$$

С волновой точки зрения

$$E=h\nu \quad \text{и} \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

или, по де Бройлю,

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (1).$$

Полученное выражение имеет, согласно идее де Бройля, **универсальный** характер, справедливый для любых волновых процессов. Любой частице, обладающей импульсом p , соответствует длина волны $\lambda = \frac{h}{p}$.

Оценим длину волны де Бройля для частицы массой $m=1г$, движущейся со скоростью $v=1см/с$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}} = 6,63 \cdot 10^{-29} \text{ м} \quad (2)$$

Такая длина волны столь мала, что ее невозможно экспериментально наблюдать.

Совершенно иное получается при движении частиц с очень малой массой m , сравнимой с величиной h . Если электрон ускорить потенциалом в 150В, то

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,93 \cdot 10^5 \sqrt{150}} = 1 \text{ \AA} \quad \left(1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м} \right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{mv^2}{2} = eV \right).$$

То есть, электрон должен обладать длиной волны порядка длины волны рентгеновских лучей. Как оказалось в любой лаборатории мира уже в течение четверти века имелись все инструменты, необходимые для открытия дифракции электронов, но не было волновой механики, которая могла бы подсказать эти исследования.

7.2. Экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля

Теперь следует выяснить, в какой степени идеи де Бройля о существовании волн материи согласуются с опытом. Для обнаружения дифракции малых длин волн необходимо иметь специальную решетку.

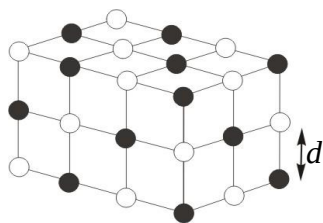


Рис.1

Дифракционные явления наблюдаются лишь в тех случаях, когда длина волны падающего излучения меньше постоянной дифракционной решетки. В качестве пространственной дифракционной решетки могут быть использованы кристаллы. Как известно, в кристаллах атомы расположены в правильном порядке (рис.1) на определенных расстояниях друг от друга, примерно в 3-4 Å. Весь кристалл можно представить в виде ряда плоскостей, параллельных его естественным граням и отстоящих друг от друга на расстоянии d . Такая решетка должна дать дифракционную картину как рентгеновских лучей, так и пучка электронов.

I Дифракция рентгеновских лучей.

Дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат их отражения от атомов кристаллической решетки. Определим условие, при котором лучи 1 и 2 усиливают друг друга.

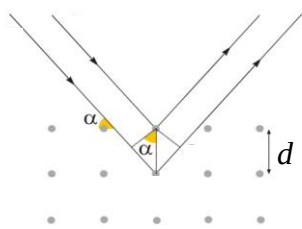


Рис.2

Когда лучи проходят через кристалл, атомы становятся источниками вторичных волн. Наложение вторичных волн приведет к интерференционному эффекту, если отражение происходит от разных плоскостей. Абсолютный показатель преломления всех сред для рентгеновских лучей близок к единице, поэтому оптическая разность хода между лучами равна

$$\delta = AB + BC = 2d \sin \alpha, \quad (4)$$

где α - угол скольжения.

Если длина волны рентгеновских лучей равна λ , то для интерференционного отражения должно выполняться **условие Вульфа – Брэгга**:

$$2d \sin \alpha = n\lambda, \quad (5)$$

$n = 1, 2, 3 \dots$ и т.д.

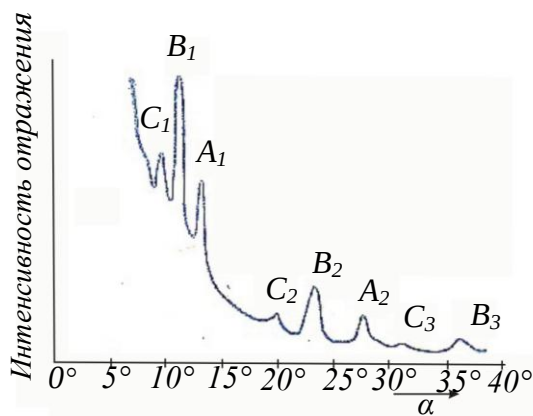


Рис.3. Кривая отражения рентгеновских лучей от кристалла NaCl.

Поэтому кривая интенсивности рентгеновских лучей в зависимости от угла α (рис.3) будет иметь ряд максимумов. Действительно, наблюдается избирательность по углу как в случае дифракционной решетки.

II Дифракция электронов.

Гипотеза де Бройля очень быстро была подтверждена экспериментально. Было показано, что **пучки электронов, протонов и даже целых атомов обнаруживают явление интерференции совершенно так же, как свет и рентгеновские лучи.**

Существует несколько методов

наблюдения дифракции электронов.

Метод Дэвиссона-Джермера (1927г).

В решающем эксперименте Дэвиссона и Джермера **моноэнергетический** пучок электронов попадал на мишень из монокристалла никеля (рис.4), сошлифованного как показано на рисунке.

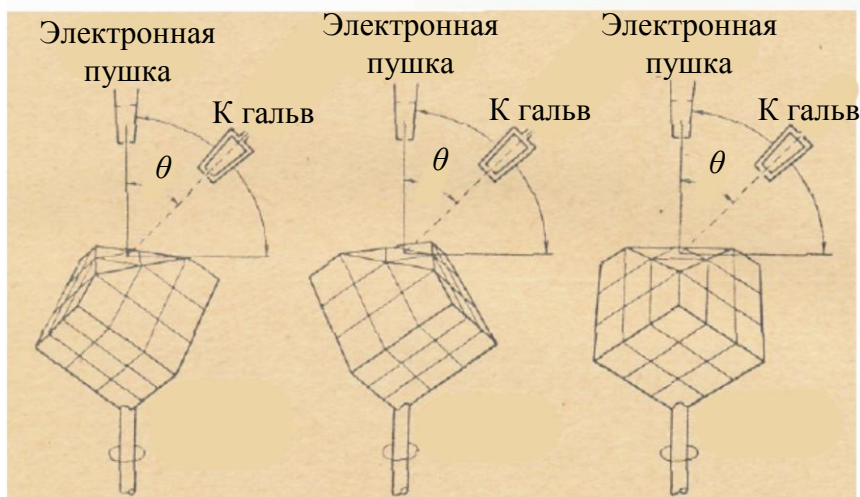


Рис.4. Схема экспериментального исследования дифракции электронов.

Отраженные электроны собирались цилиндром Фарадея, перемещавшимся по дуге вокруг кристалла. Кристалл вращался вокруг оси, совпадающей с направлением падающего пучка электронов.

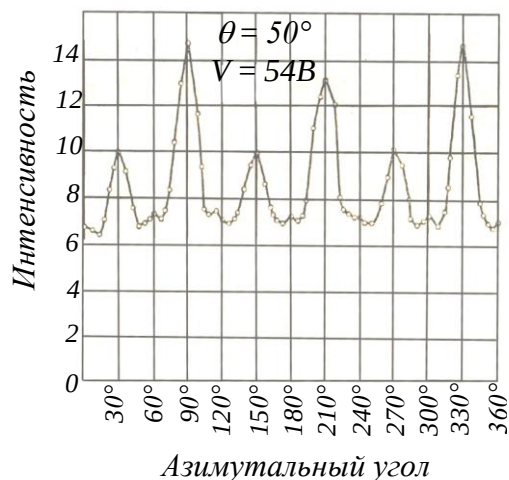


Рис.5

Изучался ток электронов как функция энергии падающих электронов, угла вылета θ и ориентации кристалла.

Различие между условиями опыта при повороте кристалла видно из рисунка 5. Постоянная решетки неодинакова, от 2,15 Å до 1,24Å.

Несколько лет изучалось угловое распределение электронов, т.е. интенсивность рассеяния от ориентации кристалла (скорость электронов оставалась постоянной). На графике резкие максимумы интенсивности повторяются через каждые 120° вследствие симметрии при повороте кристалла.

В другой серии опытов было зафиксировано положение приемника и изменяли энергию падающего пучка.

Максимумы будут иметь место при условии $2d \sin\alpha = n\lambda$. Если угол Брэгга $\alpha = \text{const}$ и изменять длину волны в следующем порядке:

$$\lambda, \frac{1}{2}\lambda, \frac{1}{3}\lambda, \dots \quad (6)$$

то в одном и том же направлении в этой же последовательности будут

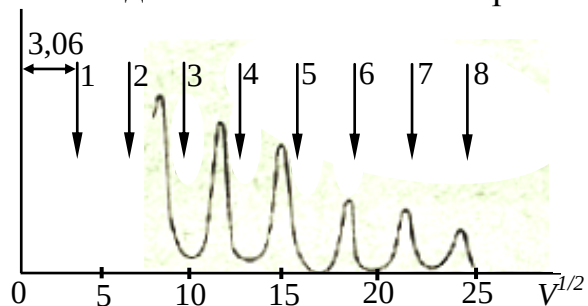


Рис.6

осуществляться максимумы 1-го, 2-го, 3-го и т. д. порядков. На рисунке 6 видны эти максимумы. Кроме того, стрелками показаны максимумы, вычисленные по формуле Вульфа – Брэгга. Очевидно несомненное совпадение гипотезы де Бройля и опыта.

Метод Дебая (1928г).

Узкий пучок электронов рассеивается мишенью, состоящей из большого числа небольших, случайно сориентированных **микрористаллов** (рис.7). Теория предсказывает, что дифрагировавшие волны будут распространяться по поверхности круговых конусов.

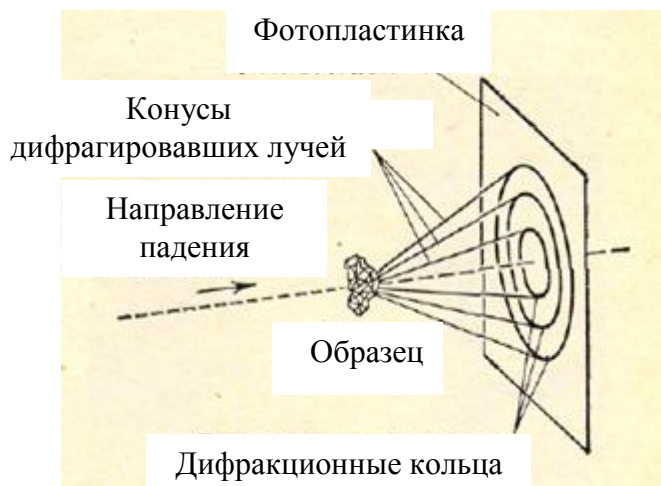


Рис.7. Дифракция рентгеновских лучей или электронов от мишени (конгломерат небольших, случайно ориентированных кристаллов).

Если рассеянные электроны регистрируются фотопластинкой, то видна последовательность concentрических окружностей. Рассмотрим фотографии дифракционных картин (рис.8). Справа показан вид мишени, который дает электронный микроскоп. Слева – кольца от дифракции электронов. На втором снимке мишень состоит из меньших кристаллов, в создании дифракционной картины участвует гораздо большее их число, кольца видны отчетливее.

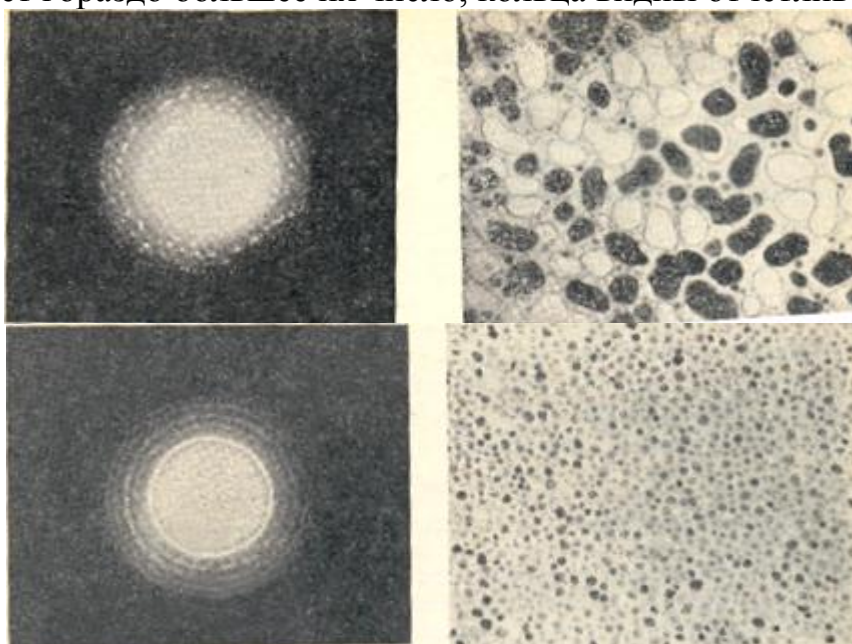


Рис.8

Что очень важно, такой же результат получается при многократном «обстреле» мишени *поочередно летящими электронами*. Это значит, что образование дифракционной картины происходит при *индивидуальном прохождении* электронов через вещество. Вероятность попадания электронов, прошедших через вещество, в ту или иную точку экрана определяется волновыми свойствами движущихся электронов – наличием у них де - бройлевской волны.

Применение дифракции электронов, нейтронов (Электроннография).

Несколько слов о применении явления и соответствующих приборов.

1. Электроны имеют меньшую проникающую способность по сравнению с рентгеновскими лучами, поэтому особенно полезны для исследования поверхностных слоев различных металлов различных типов коррозий, смазочных свойств различных масел (электроннография).

2. В медицине и биологии используют электронный микроскоп с увеличением более 100000 раз.

3. Дифракция электронов и рентгеновских лучей дают поразительно аналогическую картину *в характере расположения окружностей* (рис.9).



Фотография, полученная при дифракции электронов на белом олове.



Фотография дифракции рентгеновских лучей на белом олове.

Рис.9

Оба

явления позволяют провести исследование структуры кристаллов.

Результаты этих опытов приведены в таблице №1.

Таблица №1

Металл	Постоянная решетки d в Å	
	электроны	рентг.лучи
Алюминий	4,00 – 4,06	4,05
Золото	3,99 – 4,18	4,06
Платина	3,88	3,91
Свинец	4,99	4,92

Уч
итывая
погреш
ность
измерен
ий,

постоянную кристаллической решетки можно считать одинаковой.

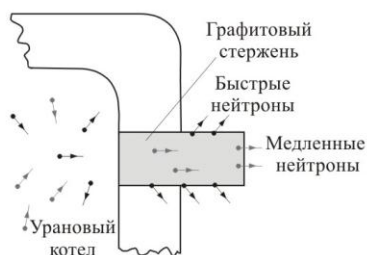


Рис.10

4. Урановый котел (рис.10) – источник нейтронов широкого энергетического спектра. Нейтроны как и электроны обладают волновыми свойствами. **Быстрым** нейтронам соответствует длина волны $\lambda < 2d$, меньше постоянной кристаллической решетки графита. Для них справедливо условие Вульфа – Брэгга, они рассеиваются на атомных плоскостях, будет иметь место дифракционное отражение и рассеяние через боковую поверхность графитового стержня. Для **медленных** нейтронов $\lambda \gg d$, никакой

дифракции не возникнет и они проходят через графит не рассеиваясь. Медленные электроны особенно эффективно вызывают искусственную радиоактивность.

7.3. Физический смысл волн де Бройля

Мы убедились, что гипотеза де Бройля справедлива, волны де Бройля реальны, объективно существуют в природе. **Реальность заключается в том, что частицы, созданные природой, имеют свойства волны.** Волновые и корпускулярные представления – это лишь два неполных и односторонних представления о свойствах одного и того же объекта, которые возникают на определенном этапе развития знаний.

Как истолковать наличие волновых свойств у материальных частиц? Электромагнитная природа волн де Бройля полностью исключается, так как волновые свойства электронов проявляются и при их равномерном движении, а электромагнитные – только при переменном движении.

Что понимается под волнами де Бройля?

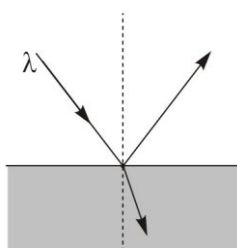


Рис.11

Пусть на границу раздела 2-х сред падает волна. На границе двух сред волна разделяется на отраженную и преломленную (рис.11). Интенсивность волны определится квадратом амплитуды волны.

Частица же обладает свойством **неделимости**: она либо отразиться от границы, либо пройдет во вторую среду (рис.12). Отсюда следует, что связь между волнами и частицами может быть истолкована **только статистически**: квадрат амплитуды волны в данном месте, измеряющий ее интенсивность, есть мера вероятности нахождения частицы в данном месте.

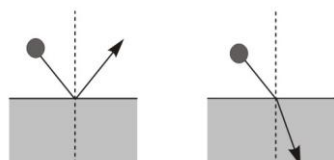


Рис.12

При дифракции волн дифракционные полосы возникают в том месте, где разность хода волн равна целому числу длин волн. В этом месте амплитуда максимальна.

При дифракции электронов светлые дифракционные полосы будут там, куда больше всего попадают электроны. Т.е. вероятность нахождения электронов будет максимальна **в тех местах, где амплитуда максимальна.**

Согласно де Бройлю со всякой движущейся частицей следует связать волну (уравнение волны в комплексной форме)

$$\psi(r,t) = \psi_0(r) e^{2\pi i(vt - \kappa r)}, \quad (7)$$

где $\psi_0(r)$ – амплитуда волны, v – ее частота, $\kappa = 1/\lambda$ – волновой вектор, $\psi(r,t) = \psi(x,y,z,t)$ – волновая функция или пси-функция.

Определим ее следующим образом: известно, что **вероятность dW найти частицу в объеме dV равна**

$$dW = |\psi|^2 dV. \quad (8)$$

Физический смысл имеет не сама функция ψ , а квадрат ее модуля

$$|\psi|^2 = \frac{dW}{dV}, \quad (9)$$

квадрат модуля (квадрат амплитуды волновой функции) определяет плотность вероятности распространения частиц по пространству.

Таким образом, волны де Бройля можно рассматривать как волны вероятности, в том смысле что они определяют вероятность обнаружения частицы в данном месте в данный момент времени.

Положение частицы необходимо рассматривать во всем пространстве. То, что частица где-то находится – есть достоверность, значит вероятность найти частицу где-то во всем объеме – событие достоверное. Вероятность такого события равна единице. Поэтому

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1. \quad (10)$$

Это равенство называется условием нормировки, а функция ψ , удовлетворяющая этому условию, называется нормированной.

Волновая функция ψ является основной характеристикой состояния микрочастиц. Теория, которая учитывает волновую природу частиц, а это волновая или квантовая механика, должна быть теорией **статистической**. Смысл ψ -функции мы еще обсудим.

7.4. Соотношение неопределенностей Гейзенберга (1925г)

Наличие волновых свойств у микрочастиц означает, что они **не могут обладать всеми свойствами частиц и всеми свойствами волн**. Это должно внести ограничение на применимость понятий, характеризующих корпускулу в классической физике.

По мнению Вернера Гейзенберга, при построении физической теории нужно исключить все величины, которые недоступны нашему опыту и пользоваться только теми, которые можно наблюдать. Кто видел когда-нибудь траекторию электрона? Кто экспериментально определил хоть раз расположение или скорость электрона? Развивая свои идеи, он установил один из основополагающих законов микромира.

Согласно представлению классической физики частица при движении в каждый момент времени характеризуется определенной координатой x и определенным импульсом p_x . Координата указывает положение частицы в

пространстве в данный момент времени, а импульс — как изменится это положение в течение последующего бесконечно малого времени.

Действительно, если в момент времени t координата частицы x , а в момент времени $t_1 = t + dt$ ее координата $x_1 = x + dx$, то

$$x_1 = x + dx = x + \frac{dx}{dt} dt = x + V_x dt = x + \frac{1}{m} p_x dt.$$

По де Бройлю $p = \frac{h}{\lambda}$ и, следовательно,

$$x_1 = x + \frac{1}{m} \frac{h}{\lambda} dt.$$

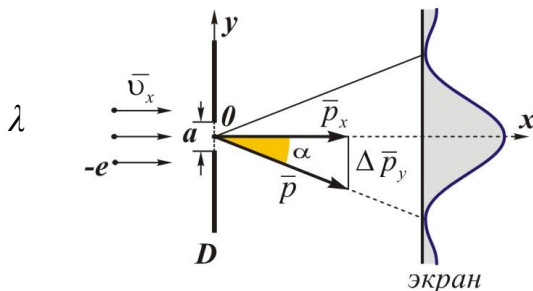


Рис.13

Однако длина волны не может быть координатой точки. Выражение «длина волны в данной точке» не имеет никакого смысла. Длина волны есть функция формы волны, а не координата точки. Отсюда сразу же напрашивается вывод: **если соотношение де Бройля справедливо, то импульс частицы p_x не может быть функцией координат x .**

Гейзенберг надеялся преодолеть противоречие «волна — частица»: нужно отказаться от представления о материальной точке, точно локализованной в пространстве и времени. Физика может дать либо точное положение частицы в пространстве при полной неопределенности во времени, либо, наоборот, точное нахождение во времени при полной неопределенности в пространстве.

Действительно, такие ограничения существуют. Выразим эту неопределенность количественно.

Пусть на диафрагму D (рис.13) со щелью a направлен пучок электронов со скоростью v_x . **До диафрагмы:** каждый электрон имеет **определенный импульс** $p_x = mv_x$, $p_y = 0$, $p_z = 0$. Однако координаты каждой частицы **неопределенны в пределах** $-\infty < x < 0$, $-\infty < y, z < +\infty$.

В момент прохождения щели диафрагмы частица находится между ее краями, **неопределенность координаты y уменьшилась**, пределы ее измерения $-\frac{a}{2} < y < \frac{a}{2}$. **Импульс же стал менее определен, если раньше $p_y = 0$, то теперь, вследствие дифракции электронов, частица получила добавочный импульс $\Delta p_y \neq 0$.** Итак, в момент прохождения щели **координата y известна с неточностью $\Delta y = a$, а импульс с неточностью Δp_y .**

Ширина щели a , длина волны λ , угловая ширина центрального, нулевого максимума связаны соотношением

$$a \sin \alpha = \lambda.$$

Из рисунка следует, что

$$\Delta p_y = p \sin \alpha = \frac{h}{\lambda} \sin \alpha.$$

Так как $\Delta y = a$, то

$$\Delta y \sin \alpha = \lambda.$$

Перемножая два последних равенства, получим

$$\Delta p_y \Delta y \sin \alpha = \frac{h}{\lambda} \lambda \sin \alpha$$

или
$$\Delta p_y \Delta y = h. \quad (11)$$

Если учесть максимумы более высоких порядков, то

$$\Delta p_y \Delta y = nh.$$

Отсюда следует, что

$$\Delta p_y \Delta y \geq h \quad (12)$$

Это и есть отношение неопределенности Гейзенберга.

Соотношение неопределенности является одним из фундаментальных положений квантовой механики. Одного этого соотношения достаточно, чтобы получить ряд важных фактов. Например, оценить размеры атома, объяснить тот факт, что электрон не падает на ядро атома, объяснить слияние ядер при термоядерной реакции.

Оно показывает, что **в микромире для квантовых объектов чем точнее определено значение координаты частицы (чем меньше Δy), тем менее точно определено значение импульса частицы (тем больше Δp_y) и наоборот.**

Гейзенберг предложил эту неустранимую неопределенность принять в качестве **специфического закона квантовой физики (соотношение неопределенности).**

Если вместо сопряженных величин p и y взять две другие величины, например, энергию и время, то придем к аналогичному неравенству

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h. \quad (13)$$

В этих квантовомеханических соотношениях величины Δp и Δy , ΔE и Δt одновременно не могут равняться нулю. То есть не имеет смысла одновременно определять их точные значения, так как этих значений у микрочастиц нет.