

## 3. СТАНДАРТИЗАЦИЯ И ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТЬ

### 3.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

*Стандартизацией* называется установление и применение правил с целью упорядочения деятельности в определенной области для достижения всеобщей максимальной экономии при соблюдении качества продукции, условий эксплуатации и требований безопасности.

Существующая в России Государственная система стандартизации, состоящая из комплекса *взаимоувязанных стандартов*, определяет цели, задачи, терминологию, организацию и методику проведения работ по стандартизации.

К числу *основных задач стандартизации* относятся:

- установление требований к качеству готовой продукции;
- определение единой системы показателей качества продукции, методов и средств ее испытания и контроля;
- установление норм, требований и методов в области проектирования и производства продукции с целью обеспечения оптимального качества и устранения излишнего многообразия видов марок и типоразмеров продукции;
- развитие унификации и агрегатирования промышленной продукции, особенно машин, оборудования и приборов;
- обеспечение единства и правильности измерений, создание и совершенствование государственных эталонов единиц измерения;
- установление единых систем документации, классификации и кодирования всей продукции, технико-экономической информации;
- установление единых терминов, обозначений и величин в важнейших областях науки и техники, а также в отраслях народного хозяйства.

*Стандартом* называется нормативно-технический документ по стандартизации, устанавливающий комплекс норм, правил, требований к объекту стандартизации и утвержденный компетентным органом. Стандарт может быть разработан как на материальные предметы (например, на болты, гайки и т.п.), так и на нормы, правила, требования к объектам организационно-методического и общетехнического характера (например, на чертежный шрифт, форму спецификации на чертежах и пр.)

Различают следующие основные *категории стандартов*:

ГОСТ – государственный стандарт;

ОСТ – отраслевой стандарт;

СТП – стандарт предприятия.

Перечисленные категории стандартов являются обязательными соответственно в пределах России (ГОСТ), какой-либо отрасли промышленности (ОСТ) или предприятия (СТП).

Кроме стандартов в целях нормализации параметров продукции используются и *технические условия*, являющиеся нормативно-техническим документом, устанавливающим комплекс требований к конкретным типам, маркам и артикулам продукции.

При разработке национальных стандартов учитываются рекомендации, содержащиеся в *международных стандартах ISO*.

*Взаимозаменяемостью* называется свойство независимо изготовленных деталей занимать свое место в сборочной единице без дополнительной механической или термической обработки при сборке, обеспечивая при этом выполнение заданных им функций в соответствии с техническими требованиями к работе данного узла или машины.

Взаимозаменяемость дает возможность значительно повысить производительность сборки и удешевить производство изделий. Кроме того, она приводит к повышению культуры ремонта машин, к упрощению и ускорению ремонтных работ, дает возможность обеспечить ремонтные предприятия запасными частями. Очевидно, что производство взаимозаменяемых деталей, узлов и изделий возможно только при условии соблюдения стандартов на материалы, полуфабрикаты и готовые изделия.

*Степень взаимозаменяемости* во многом определяется *унификацией* (рациональным сокращением многообразия видов, типов и типоразмеров изделий одинакового функционального назначения), направленной на развитие *агрегатирования*, задачей которого является создание и эксплуатация машин, на основе взаимозаменяемости отдельных агрегатов и узлов, каждый из которых может быть использован при создании различных модификаций машин одного или разного функционального назначения.

### 3.2. ОШИБКИ ДЕТАЛЕЙ И МЕХАНИЗМОВ

*Точностью* детали или механизма называется *степень соответствия* действительных размеров, геометрических, кинематических и других параметров их заданным значениям. С уменьшением этого несоответствия повышается точность параметров, однако прогрессивно возрастает стоимость изготовления и эксплуатации изделий.

Необходимая *точность* деталей, узлов и комплектующих изделий по *геометрическим параметрам*, характеризующаяся *отклонениями размеров и поверхностей*, является одним из основных условий осуществления взаимозаменяемости.

Ошибки в размерах, а также в форме и расположении геометрических поверхностей звеньев вызывают *погрешности* взаимного положения и перемещения звеньев при работе механизмов. Эти ошибки называют *первичными* и делят на *систематические, случайные* и *грубые*.

*Систематическими ошибками* называют ошибки постоянные по величине и знаку или изменяющиеся по определенному закону. Они вызываются упрощениями кинематической схемы механизма, погрешностями входных данных, а также средними отклонениями размеров звеньев. Систематические ошибки для конкретного механизма и даже типа механизмов имеют постоянное значение и вычисляются по систематическим ошибкам отдельных звеньев. Следовательно, систематическая ошибка характеризует точность серии или вида одинаковых механизмов и ее численная величина учитывается в виде соответствующей поправки или полностью компенсируется.

*Случайными ошибками* называют ошибки, числовое значение которых заранее нельзя предсказать, так как их появление обусловлено произвольным воздействием независимых друг от друга случайных факторов. Случайная ошибка является индивидуальной характеристикой конкретного экземпляра из серии механизмов и ее численное значение не должно выходить за установленные пределы разброса случайных величин. Поэтому для серии одинаковых механизмов случайная ошибка отдельно не учитывается.

Случайные ошибки делят на *технологические* и *эксплуатационные*.

К *технологическим* относят ошибки, являющиеся результатом погрешностей изготовления механизмов.

К *эксплуатационным* относятся ошибки, возникающие в процессе эксплуатации от деформации, износа, проскальзывания звеньев и т. д.

Если необходимо учесть систематические и случайные ошибки, то общую ошибку определяют суммированием систематических и случайных ошибок.

Влияние *случайных* факторов не позволяет заранее определить численное значение ошибки размера отдельной детали, взятой из партии или величину ошибки того или иного механизма. Однако опыт изготовления, эксплуатации и ремонта деталей и механизмов показал, что численное влияние случайных ошибок на точность изделий может оцениваться с помощью методов теории вероятностей и математической статистики. *Распределение случайных ошибок*, возникающих в размерах при механической обработке деталей, сборке механизмов, а также при снятии показаний приборов, приближается к *закону нормального распределения* (закону Гаусса), который выражается кривой, представленной на рис. 3.2.1.

Аналитическое выражение плотности вероятности нормального закона имеет следующий вид:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(x)}} \exp \left\{ -\frac{[x - M(x)]^2}{2D(x)} \right\}, \quad (3.2.1)$$

где  $M(x)$  — математическое ожидание (среднее значение признака, характеризующее положение центра рассеяния),

$D(x)$  — дисперсия (характеристика рассеяния относительно центра  $M(x)$ ),

$\omega$  — предельное практическое поле рассеяния.

В практических расчетах в качестве характеристики рассеяния вместо  $D(x)$  принимают значение *среднего квадратичного отклонения*:

$$\sigma = \sqrt{D(x)}. \quad (3.2.2)$$

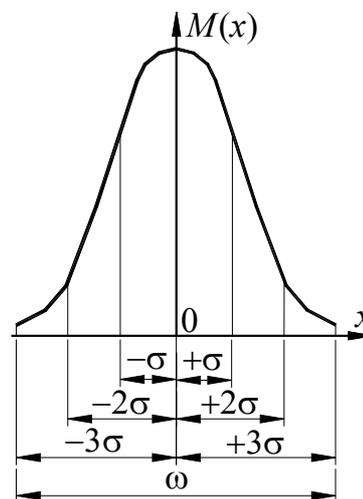


Рис. 3.2.1

Кривая Гаусса симметрична относительно своей максимальной ординаты, следовательно, одинаковые по абсолютному значению положительные и отрицательные отклонения от  $M(x)$  равновероятны. Форма кривой показывает, что отклонения от  $M(x)$  малой по абсолютному значению величины появляются чаще, чем отклонения большой величины, а весьма большие отклонения вообще маловероятны. В пределах  $\pm\sigma$  находится 68,27% всех возможных значений случайной величины, а в пределах предельного практического поля рассеяния  $\omega = 6\sigma$  — 99,73%. Это означает, что из 1000 обработанных деталей бракованных может оказаться не более трех. Для практических целей достаточно ограничить колебания или разброс действительных значений параметров такими пределами, с учетом характера и степени ответственности каждого размера детали, при которых будет обеспечено необходимое качество работы механизмов.

### 3.3. ДОПУСКИ И ПОСАДКИ

#### 3.3.1. ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В соединении по *сопрягаемым поверхностям* двух деталей (рис. 3.3.1) различают *охватывающую* и *охватываемую* поверхности.

Охватывающую поверхность независимо от вида поперечного сечения условно называют *отверстием*, а охватываемую – *валом*.

Параметры, относящиеся к охватывающей поверхности (к отверстию), обозначают *прописными* (заглавными) буквами, а к охватываемой (к валу) – *строчными*.

Термины и определения стандартизированы ГОСТ 25346-89.

*Размером* называется числовое значение линейной величины (диаметра, длины и т.п.) в выбранных единицах измерения. В машино- и приборостроении все размеры в технической документации задают и указывают в *миллиметрах*.

*Номинальным размером* ( $D_n, d_n$ ) называется основной размер, относительно которого определяются отклонения (рис. 3.3.2).

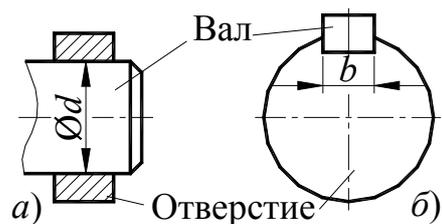


Рис. 3.3.1

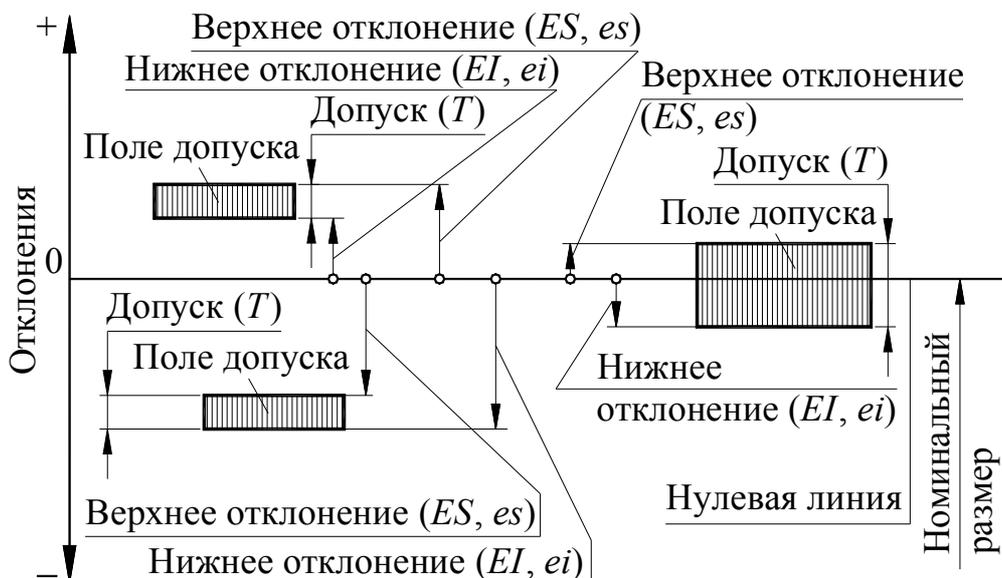


Рис. 3.3.2

Номинальный размер определяется из расчета на прочность, жесткость, износостойкость и по другим критериям работоспособности или по конструктивным соображениям, а затем округляется (как правило, в большую сторону) в соответствии с *нормальным рядом чисел*.

*Действительным размером* называют размер, полученный в результате измерения с допустимой погрешностью.

*Предельные размеры* – два предельно допустимых размера элемента, между которыми должен находиться действительный размер.

*Наибольший предельный размер* ( $D_{max}, d_{max}$ ) – наибольший допустимый размер элемента.

*Наименьший предельный размер* ( $D_{\min}, d_{\min}$ ) – наименьший допустимый размер элемента.

*Предельное отклонение* – алгебраическая разность между предельным и соответствующим номинальным размерами. Различают *верхнее* и *нижнее* предельные отклонения.

*Действительное отклонение* – алгебраическая разность между действительным и соответствующим номинальным размерами.

*Верхнее отклонение*  $ES, es$  – алгебраическая разность между наибольшим предельным и соответствующим номинальным размерами.

$ES$  – верхнее отклонение *отверстия*:

$$ES = D_{\max} - d ; \quad (3.3.1)$$

$es$  – верхнее отклонение *вала*:

$$es = d_{\max} - d . \quad (3.3.2)$$

*Нижнее отклонение*  $EI, ei$  – алгебраическая разность между наименьшим предельным и соответствующим номинальным размерами.

$EI$  – нижнее отклонение *отверстия*:

$$EI = D_{\min} - d ; \quad (3.3.3)$$

$ei$  – нижнее отклонение *вала*:

$$ei = d_{\min} - d . \quad (3.3.4)$$

*Основное отклонение* – одно из двух предельных отклонений (верхнее или нижнее), ближайшее к *нулевой* линии.

*Нулевая линия* – линия, соответствующая номинальному размеру, от которой откладываются отклонения размеров при графическом изображении полей допусков и посадок. Если нулевая линия расположена горизонтально, то *положительные* отклонения откладываются *вверх* от нее, а *отрицательные* – *вниз*.

*Допуск*  $T$  – разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами или алгебраическая разность между верхним и нижним отклонениями. Допуск – *абсолютная* величина (без знака).

Для отверстия:

$$T_D = ES - EI ; \quad (3.3.5)$$

для вала:

$$T_d = es - ei . \quad (3.3.6)$$

*Стандартный допуск*  $IT$  – любой из допусков, устанавливаемых системой допусков и посадок. (В дальнейшем под термином «допуск» понимается «стандартный допуск»).

*Поле допуска* – поле, ограниченное наибольшим и наименьшим предельными размерами и определяемое величиной допуска и его положением относительно номинального размера. При графическом изображе-

нии поле допуска заключено между двумя линиями, соответствующими верхнему и нижнему отклонениям относительно нулевой линии.

Обобщение опыта изготовления деталей на металлорежущем оборудовании позволило выразить связь между точностью и численными значениями размеров с помощью условной величины (единицы допуска).

Единица допуска  $i$ ,  $I$  – множитель в формулах допусков, являющийся функцией номинального размера и служащий для определения числового значения допуска.

$i$  – единица допуска для номинальных размеров до 500 мм,

$I$  – единица допуска для номинальных размеров свыше 500 мм.

Так, например, для размеров от 1 мм до 500 мм  $i = 0,5\sqrt[3]{d_{cp}}$  мкм, где  $d_{cp}$  – средний диаметр того или иного интервала диаметров, мм.

Численное значение единицы допуска зависит только от размера изготавливаемой детали. Благодаря этому единица допуска позволяет оценивать точность размеров одинаковой величины и является общей мерой или масштабом допусков в разных классах точности.

Квалитет (степень точности) – совокупность допусков, рассматриваемых как соответствующие одному уровню точности для всех номинальных размеров. Принято, что две или несколько деталей разных размеров следует считать одинаковой точности (принадлежащими одному квалитету), если их изготавливают на одном и том же оборудовании при одних и тех же условиях обработки (режимах резания и т.д.). Отсюда следует, что точность валов, изготовленных, например, шлифованием во всем диапазоне диаметров одинакова, несмотря на то, что погрешность обработки, как показали эксперименты, растет с увеличением размера обрабатываемой детали.

Основной вал – вал, верхнее отклонение которого равно нулю.

Основное отверстие – отверстие, нижнее отклонение которого равно нулю.

Посадка – характер соединения двух деталей, определяемый разностью их размеров до сборки (рис. 3.3.3).



Рис. 3.3.3

Посадки характеризуют свободу относительного перемещения соединенных деталей или их способность сопротивляться взаимному смещению.

*Номинальный размер посадки ( $d$ )* – номинальный размер, общий для отверстия и вала, составляющих соединение.

*Допуск посадки* – сумма допусков отверстия и вала, составляющих соединение.

*Посадка с зазором* – посадка, при которой гарантированно образуется зазор в соединении, т.е. наименьший предельный размер отверстия больше наибольшего предельного размера вала или равен ему.

При графическом изображении поле допуска отверстия расположено *над* полем допуска вала.

Посадки с зазором характеризуются наибольшими ( $S_{\max}$ ) и наименьшими ( $S_{\min}$ ) зазорами.

*Зазор  $S$*  – разность между размерами отверстия и вала до сборки, если размер отверстия больше размера вала:

$$S = D - d . \quad (3.3.7)$$

$$S_{\max} = D_{\max} - d_{\min} , \quad (3.3.8)$$

$$S_{\min} = D_{\min} - d_{\max} . \quad (3.3.9)$$

или

$$S_{\max} = ES - ei , \quad (3.3.10)$$

$$S_{\min} = EI - es . \quad (3.3.11)$$

*Посадка с натягом* – посадка, при которой гарантированно образуется натяг в соединении, т.е. наибольший предельный размер отверстия меньше наименьшего предельного размера вала или равен ему.

При графическом изображении поле допуска отверстия расположено *под* полем допуска вала.

Посадки с натягом характеризуются наибольшими ( $N_{\max}$ ) и наименьшими ( $N_{\min}$ ) натягами.

*Натяг  $N$*  – разность между размерами вала и отверстия до сборки, если размер вала больше размера отверстия. Натяг можно определять как отрицательную разность между размерами отверстия и вала:

$$N = -S = -(D - d) = d - D . \quad (3.3.12)$$

$$N_{\max} = d_{\max} - D_{\min} , \quad (3.3.13)$$

$$N_{\min} = d_{\min} - D_{\max} . \quad (3.3.14)$$

или

$$N_{\max} = es - EI , \quad (3.3.15)$$

$$N_{\min} = ei - ES . \quad (3.3.16)$$

*Переходная посадка* – посадка, при которой возможно получение как зазора, так и натяга в соединении, в зависимости от действительных размеров отверстия и вала.

При графическом изображении поля допусков отверстия и вала *не-рекрываются* полностью или частично.

Переходные посадки характеризуются наибольшими зазорами  $S_{\max}$  и наибольшими натягами  $N_{\max}$  :

$$S_{\max} = D_{\max} - d_{\min} , \quad (3.3.17)$$

$$N_{\max} = d_{\max} - D_{\min} \quad (3.3.18)$$

или

$$S_{\max} = ES - ei , \quad (3.3.19)$$

$$N_{\max} = es - EI . \quad (3.3.20)$$

### 3.3.2. СИСТЕМЫ ДОПУСКОВ И ПОСАДОК

Так как характер соединения сопрягаемых деталей определяется *относительным* расположением полей допусков отверстия и вала, то одну и ту же посадку можно при различных расположениях полей допусков относительно нулевой линии, синхронно изменяя положения полей допусков обеих сопрягаемых деталей относительно последней (рис. 3.3.4). Из этого следует, можно получать разнообразные посадки, изменяя положения только поля допуска *отверстия* (рис. 3.3.5) или только поля допуска *вала* (рис. 3.3.6).

Деталь, у которой положение поля допуска не зависит от вида посадки, называют *основной деталью*. Это может быть отверстие или вал, имеющие любое основное отклонение.

Таким образом, *основная деталь* – это деталь, поле допуска которой является *базовым* для образования посадок.

С целью устранения произвольного выбора *характера соединения*, то есть *посадки*, а также для обеспечения взаимозаменяемости сопрягаемых деталей и стандартизации режущего и измерительного инструмента введена Единая система допусков и посадок (ЕСДП) – совокупность рядов допусков и посадок, закономерно построенных на основе опыта, теоретиче-



Рис. 3.3.4

ских и экспериментальных исследований и оформленных в виде стандартов. Система предназначена для выбора минимально необходимых, но достаточных для практики вариантов допусков и посадок типовых соединений деталей машин, дает возможность стандартизировать режущие инструменты и калибры, облегчает конструирование, производство и взаимозаменяемость деталей машин, а также обуславливает их качество.

Применение системы допусков и посадок является необходимым условием современного машино— и приборостроения, так как изготовление изделий и их составных частей по заданным допускам и посадкам дает возможность придать им свойство взаимозаменяемости. Основные положения системы допусков и посадок вытекают из понятий и определений, приведенных в разделе 3.3.1.

В Единой системе допусков и посадок установлено 19 квалитетов и определены формулы для расчета допусков. Было принято, что две или несколько деталей разных размеров следует считать одинаковой точности (принадлежащими одному квалитету), если их изготавливают на одном и том же оборудовании при одних и тех же условиях обработки (режимах резания и т.д.). Отсюда следует, что точность валов, изготовленных, например, шлифованием во всем диапазоне диаметров одинакова, несмотря на то, что погрешность обработки, как показали эксперименты, растет с увеличением размера обрабатываемой детали.

Зависимость изменения погрешности была представлена как произведение двух частей, одна из которых ( $a$ ) характеризует тип станка, другая – зависит лишь от размера детали ( $\sqrt[3]{d}$ ):

$$A = a\sqrt[3]{d}. \quad (3.3.21)$$

где  $A$  – амплитуда рассеяния размеров, характеризующая погрешность обработки, мкм;

$d$  – диаметр обрабатываемой детали, мм;

$a$  – коэффициент, зависящий от типа станка.

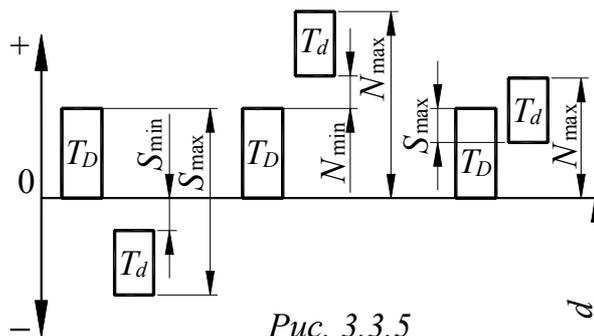


Рис. 3.3.5

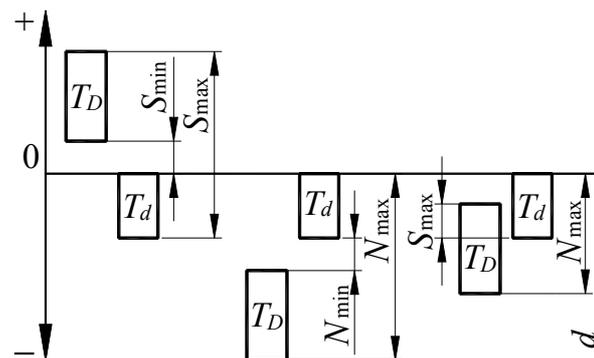


Рис. 3.3.6

Величина допуска на одинаковые размеры устанавливается по зависимости:

$$IT = ki, \quad (3.3.22)$$

где  $k$  – число единиц допуска, установленное для каждого качества,  
 $i$  – единица допуска, зависящая только от размера (табл. 3.3.1).

Таблица 3.3.1

Квалитет	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Число единиц допуска $k$	7	10	16	25	40	64	100	160	250	400	640	1000	1600	2500

Всего квалитетов 19 – 01, 0, 1, 2, ..., 17.

Точность возрастает с уменьшением номера квалитета.

Самые точные квалитеты (01, 0, 1, 2, 3, 4), как правило, применяются при изготовлении образцовых мер и калибров.

Квалитеты с 5-го по 11-й, как правило, применяются для сопрягаемых элементов деталей.

Квалитеты с 12-го по 18-й применяются для несопрягаемых элементов деталей.

Чтобы максимально сократить число значений допусков при построении рядов допусков, стандартом установлены *интервалы* размеров, внутри которых значение допуска для данного квалитета не меняется.

В Единой системе допусков и посадок для размеров до 500 мм установлено (рис. 3.3.7):

27 основных отклонений валов;

27 основных отклонений отверстий.

Основные отклонения *отверстий* обозначаются *прописными* буквами *латинского* алфавита, *валов* – *строчными*.

В Единой системе допусков и посадок *основными деталями* служат отверстия или валы, имеющие *основное отклонение, равное нулю*.

*Основное отверстие* – отверстие, *нижнее отклонение* которого равно нулю ( $EI = 0$ ) и обозначаемое буквой  $H$  (рис. 3.3.5).

У основного отверстия *верхнее отклонение*  $ES$  всегда *положительно* и равно допуску по  $H$  соответствующего квалитета (табл. 3.3.2)

*Основной вал* – вал, *верхнее отклонение* которого равно нулю ( $es = 0$ ) и обозначаемое буквой  $h$  (рис. 3.3.6).

У основного вала *нижнее отклонение* всегда *отрицательно* и равно допуску по  $h$  соответствующего квалитета (табл. 3.3).

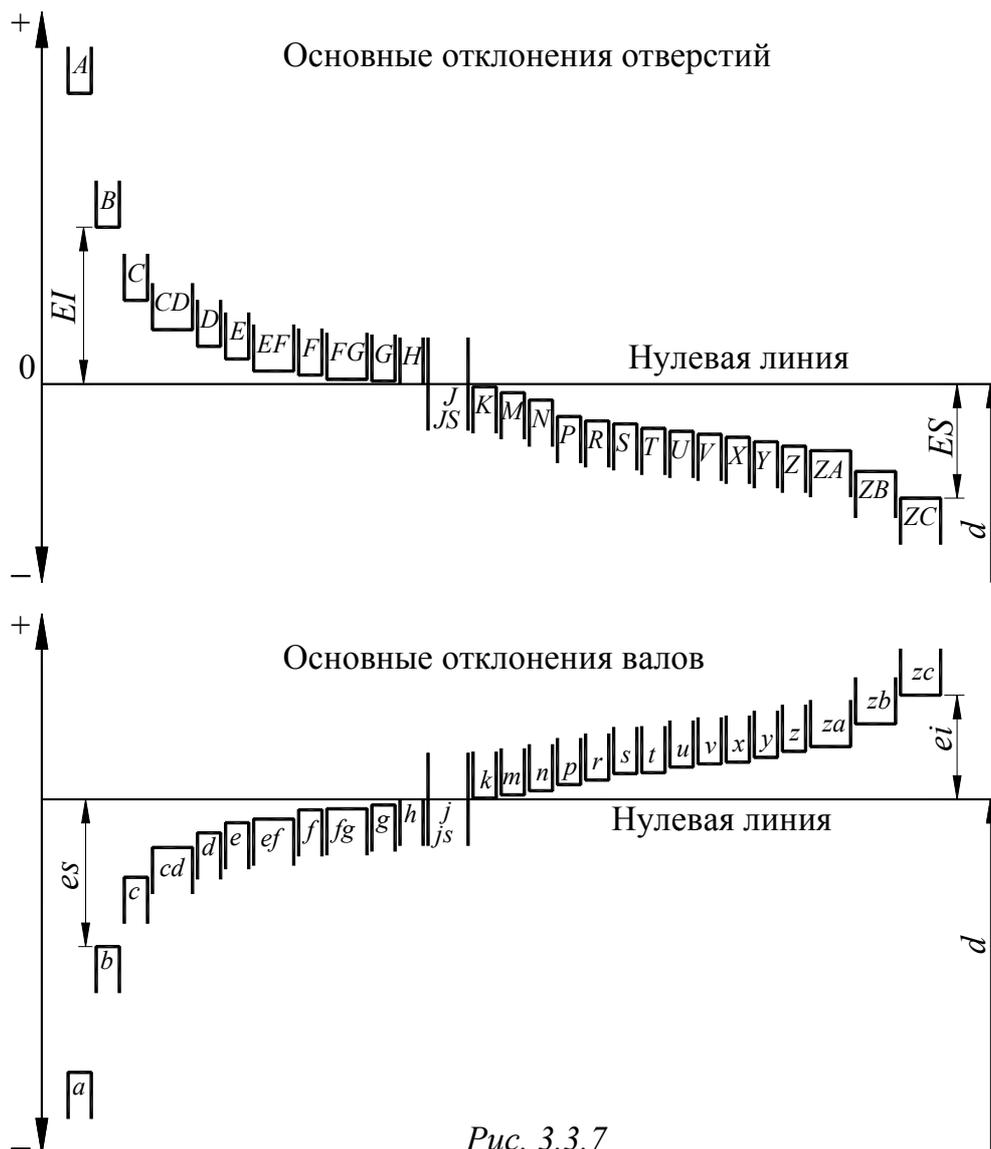


Рис. 3.3.7

В таблице 3.3.2 приведены в *сокращенном* варианте значения предельных отклонений *отверстий*, а в таблице 3.3.3 – значения предельных отклонений *валов*. Более подробная информация приводится в специальной литературе.

*Посадка* обозначается *дробью*, проставляемой после номинального размера, в *числителе* которой всегда проставляется буквенное обозначение поля допуска *отверстия* с номером соответствующего качества, в знаменателе – буквенное обозначение поля допуска *вала* с номером соответствующего качества.

Например:

$$\varnothing 40 \frac{H7}{k8}; \quad \varnothing 50 \frac{F8}{h7}; \quad \varnothing \frac{G6}{m8}; \quad 25 \frac{H7}{p8}.$$

Таблица 3.3.2

## Предельные отклонения отверстий. ГОСТ 25347-82

Поля допусков		Номинальные размеры, мм										
		св. 3 до 6	св. 6 до 10	св.10 до 18	св.18 до 30	св.30 до 50	св.50 до 80	св. 80 до 120	св.120 до 180	св.180 до 250	св.250 до 315	св.315 до 400
Основные отверстия	H7	+12 0	+15 0	+18 0	+21 0	+25 0	+30 0	+35 0	+40 0	+46 0	+52 0	+57 0
	H8	+18 0	+22 0	+27 0	+33 0	+39 0	+46 0	+54 0	+63 0	+72 0	+81 0	+89 0
	H9	+30 0	+36 0	+43 0	+52 0	+62 0	+74 0	+87 0	+100 0	+115 0	+130 0	+140 0
	H12	+120 0	+150 0	+180 0	+210 0	+250 0	+300 0	+350 0	+400 0	+460 0	+520 0	+570 0
	H14	+300 0	+360 0	+430 0	+520 0	+620 0	+740 0	+870 0	+1000 0	+1150 0	+1300 0	+1400 0
F7	+22 +10	+28 +13	+34 +16	+41 +20	+50 +25	+60 +30	+71 +36	+83 +43	+96 +50	+108 +56	+119 +62	
F8	+28 +10	+35 +13	+43 +16	+53 +20	+64 +25	+76 +30	+90 +36	+106 +43	+122 +50	+137 +56	+151 +62	
G7	+16 +4	+20 +5	+14 +6	+28 +7	+34 +9	+40 +10	+47 +12	+54 +14	+61 +15	+69 +17	+75 +18	
Js6	+4 -4	+4,5 -4,5	+5,5 -5,5	+6,5 -6,5	+8 -8	+9,5 -9,5	+11 -11	+12,5 -12,5	+14,5 -14,5	+16 -16	+18 -18	
Js7	+6 -6	+7 -7	+9 -9	+10 -10	+12 -12	+15 -15	+17 -17	+20 -20	+23 -23	+26 -26	+28 -28	
K7	+3 -9	+5 -10	+6 -12	+6 -15	+7 -18	+9 -21	+10 -25	+12 -28	+13 -33	+16 -36	+17 -40	
K8	+5 -13	+6 -16	+8 -19	+10 -23	+12 -27	+14 -32	+16 -38	+20 -43	+22 -50	+25 -56	+28 -61	
M7	0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -30	0 -35	0 -40	0 -46	0 -52	0 -57	
M8	+2 -16	+1 -21	+2 -25	+4 -29	+5 -34	+5 -41	+6 -48	+8 -55	+9 -63	+9 -72	+11 -78	
N7	-4 -16	-4 -19	-5 -23	-7 -28	-8 -33	-9 -39	-10 -45	-12 -52	-14 -60	-14 -66	-16 -73	
P7	-8 -20	-9 -27	-11 -29	-14 -35	-17 -42	-21 -51	-24 -59	-28 -68	-33 -79	-36 -88	-41 -98	

Таблица 3.3.3

## Предельные отклонения валов. ГОСТ 25347-82

Поля допусков		Номинальные размеры, мм										
		св. 3 до 6	св. 6 до 10	св.10 до 18	св.18 до 30	св.30 до 50	св.50 до 80	св. 80 до 120	св.120 до 180	св.180 до 250	св.250 до 315	св.315 до 400
Основные валы	<i>h7</i>	0 -12	0 -15	0 -18	0 -21	0 -25	0 -30	0 -35	0 -40	0 -46	0 -52	0 -57
	<i>h8</i>	0 -18	0 -22	0 -27	0 -33	0 -39	0 -46	0 -54	0 -63	0 -72	0 -81	0 -89
	<i>h9</i>	0 -30	0 -36	0 -43	0 -52	0 -62	0 -74	0 -87	0 -100	0 -115	0 -130	0 -140
	<i>h12</i>	0 -120	0 -150	0 -180	0 -210	0 -250	0 -300	0 -350	0 -400	0 -460	0 -520	0 -570
<i>d8</i>		-30 -48	-40 -62	-50 -77	-65 -98	-80 -119	-100 -146	-120 -174	-145 -208	-170 -242	-190 -271	-210 -299
	<i>e7</i>	-20 -32	-25 -40	-32 -50	-40 -61	-50 -75	-60 -90	-72 -107	-85 -125	-100 -146	-110 -162	-125 -182
<i>e8</i>		-20 -38	-25 -47	-32 -59	-40 -73	-50 -89	-60 -106	-72 -126	-85 -148	-100 -172	-110 -191	-125 -214
	<i>f7</i>	-10 -22	-13 -28	-16 -34	-20 -41	-25 -50	-30 -60	-36 -71	-43 -83	-50 -96	-56 -108	-62 -119
<i>f8</i>		-10 -28	-13 -35	-16 -43	-20 -53	-25 -64	-30 -76	-36 -90	-43 -106	-50 -122	-56 -137	-62 -151
	<i>js7</i>	+6 -6	+7 -7	+9 -9	+10 -10	+12 -12	+15 -15	+17 -17	+20 -20	+23 -23	+26 -26	+28 -28
<i>k6</i>		+9 +1	+10 +1	+12 +1	+15 +2	+18 +2	+21 +2	+25 +3	+28 +3	+33 +4	+36 +4	+40 +4
	<i>k7</i>	+13 +1	+16 +1	+19 +1	+23 +2	+27 +2	+32 +3	+38 +3	+43 +3	+50 +4	+56 +4	+61 +4
<i>m6</i>		+12 +4	+15 +6	+18 +7	+21 +8	+25 +9	+30 +11	+35 +12	+40 +15	+46 +17	+52 +20	+57 21
	<i>m7</i>	+16 +4	+21 +6	+25 +7	+29 +8	+34 +9	+41 +11	+48 +13	+55 +15	+63 +17	+72 +20	+78 +21
<i>n6</i>		+16 +8	+19 +10	+23 +12	+28 +15	+33 +17	+39 +20	+45 +23	+52 +27	+60 +31	+66 +34	+73 +37
	<i>n7</i>	+20 +8	+25 +10	+30 +12	+36 +15	+42 +17	+50 +20	+58 +23	+67 +27	+77 +31	+86 +34	+94 +37
<i>p6</i>		+20 +12	+24 +15	+29 +18	+35 +22	+42 +26	+51 +32	+59 +37	+68 +43	+79 +50	+88 +56	+98 +62

В зависимости от того, какая из двух сопрягаемых деталей является основной, системы допусков и посадок включают два ряда посадок:

— посадки в *системе отверстия* – различные зазоры и натяги получаются соединением валов с различными полями допуска с *основным отверстием* (рис. 3.3.5), например:

$$\varnothing 40 \frac{H7}{k7}; \varnothing 50 \frac{H8}{p9}; \varnothing \frac{H6}{m8};$$

— посадки в *системе вала* – различные зазоры и натяги получаются соединением отверстий с различными полями допуска с *основным валом* (рис. 3.3.6), например:

$$\varnothing 40 \frac{K7}{h7}; \varnothing 50 \frac{P8}{h9}; \varnothing \frac{G8}{h8}.$$

*Валы* различной точности (даже высокой) можно обрабатывать и измерять *универсальными* инструментами – резцами, шлифовальными кругами, микрометрами и т.д.

Для обработки и измерения *точных отверстий* применяют *специальные* дорогостоящие инструменты (зенкеры, развертки, протяжки, калибры-пробки). Число комплектов таких инструментов, необходимых для обработки отверстий с одинаковым номинальным размером, зависит от разнообразия предельных отклонений, которые могут быть назначены. Допустим, требуется изготовить три комплекта деталей одинаковых номинальных размеров и одинаковой точности для получения посадок с зазором, натягом и переходной.

В *системе отверстия* предельные размеры отверстий одинаковы для всех трех посадок (рис. 3.3.5), и для обработки потребуется только один комплект специальных инструментов.

В *системе вала* предельные размеры отверстий для каждой посадки различны (рис. 3.3.6), и для обработки потребуется три комплекта специальных инструментов.

Благодаря тому, что для получения разнообразных посадок в *системе отверстия* требуется значительно меньше специальных инструментов, эта система в машиностроении имеет *преимущественное* применение.

Посадки в *системе вала* целесообразны при использовании некоторых стандартных деталей (например, подшипников качения) и в случаях применения вала постоянного диаметра по всей длине для установки на него нескольких деталей с различными посадками.

Кроме двух основных систем допусков и посадок разрешается применять и другие обоснованные сочетания стандартных полей допусков валов и отверстий, в которых отсутствуют допуски на *основном*

*отверстие и вал.* Такие посадки называются *внесистемными*. Рассмотрим назначение такой посадки на примере подшипникового узла редуктора общего назначения (рис. 3.3.8).

Посадкой, определяющей точность фиксации геометрической оси конического вала-шестерни, а, следовательно, и работоспособность данного узла, является посадка подшипника на вал.

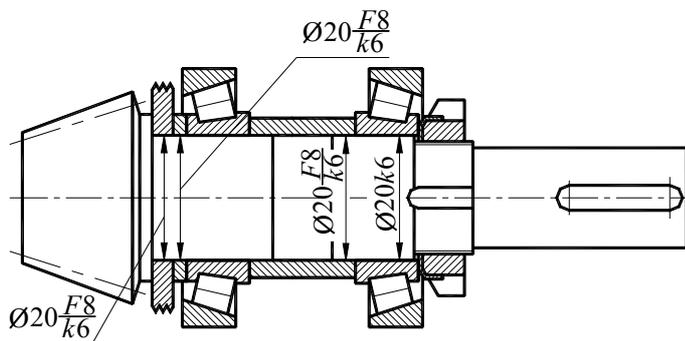


Рис. 3.3.8

На основании существующих рекомендаций допуск на участок вала, сопрягаемый с подшипником, назначаем по *k6*. В этом случае предельные отклонения данного диаметра, в соответствии с табл. 3.3.3, равны  $+0,015$  мм. Из анализа конструкции узла очевидно, что посадки двух

распорных втулок и мазеудерживающего кольца для удобства монтажа и демонтажа узла должны быть назначены с гарантированным зазором. Эксцентриситет втулок и кольца вследствие зазора не является критичным для работоспособности этого узла, так как скорости вращения валов редуктора общего назначения невелики. Для уменьшения стоимости обработки этих деталей для сопрягаемых поверхностей выбираем 8 квалитет (на два квалитета грубее, чем при обработке сопрягаемых поверхностей вала). Окончательно назначаем допуск на диаметры внутренних поверхностей втулок и кольца – *F8*. Тогда из табл. 3.3.3 получаем значения предельных отклонений:  $+0,053$  мм. При выбранных значениях  $+0,020$  мм

допусков на основании формул (4.1.12) и (4.1.13) получаем значения предельных зазоров:

$$S_{\max} = ES - ei = 0,053 - 0,002 = 0,051 \text{ мм},$$

$$S_{\min} = EI - es = 0,020 - 0,015 = 0,005 \text{ мм}.$$

Данный результат вполне приемлем.

Посадки выбирают в зависимости от назначения и условий работы оборудования и механизмов, их точности, условий сборки. При этом необходимо учитывать и возможность достижения точности при различных методах обработки изделия.

Допуски отверстия и вала в посадке не должны отличаться более чем на 2 квалитета. *Большин* допуск, как правило, назначают для *отверстия*.

### 3.3.3. ПОСАДКИ КОЛЕЦ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ НА ВАЛ И В КОРПУС

Многолетней практикой применения подшипников установлено, что соединение с валом или корпусом колец, *вращающихся относительно нагрузки*, должно осуществляться обязательно с *натягом*, исключающим проворачивание и обкатывание кольцом сопряженной детали. При недостаточном натяге и циркуляционном нагружении между кольцом и посадочной поверхностью может появиться зазор в разгруженной зоне, что приводит к обкатыванию кольцом сопряженной поверхности, ее развальцовке, контактной коррозии, истиранию, снижению точности вращения и разбалансировке.

Посадки *неподвижных относительно нагрузки* колец, назначают более свободными, допускающими наличие небольшого зазора, так как обкатывание кольцами сопряженных деталей в этом случае не происходит. Нерегулярное проворачивание невращающегося кольца порядка одного оборота в сутки полезно, так как при этом изменяется положение его зоны нагружения, что способствует повышению долговечности подшипника. Кроме того, такое сопряжение облегчает осевые перемещение колец при монтаже, при регулировании зазоров в подшипниках и при температурных деформациях.

*Посадки подшипников* отличаются от обычных (рис. 3.3.7) расположением и значением полей допусков на посадочные поверхности колец. Подшипник является стандартным комплектующим изделием, не подлежащим в процессе сборки дополнительной доводке. *Требуемые посадки* в соединении колец с сопрягаемыми деталями получают назначением соответствующих полей допусков на диаметры *вала* или *отверстия* в корпусе.

Поле допуска на диаметр отверстия *внутреннего* кольца  $Ld_m$  располагают не вверх от нулевой линии (не «в плюс», как у отверстия, выполненного по  $H$  (рис. 3.3.7)), а вниз («в минус») (рис. 3.3.9). Этим гарантируются *натяги* в соединениях внутреннего кольца с валами, имеющими поля допусков  $k$ ,  $t$  и  $n$ .

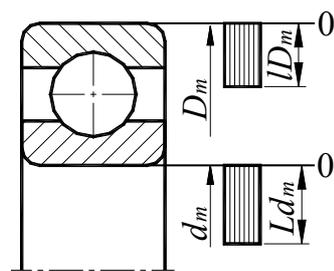


Рис. 3.3.9

Поле допуска на диаметр *наружного* кольца  $ID_m$  располагают как обычно – «в минус» (в тело детали).

*Условные обозначения посадок подшипников* на сборочных чертежах и в нормативно-технической документации проставляют не дробью, как в посадках обычных деталей, а *одной строкой*, в которой указывается допуск на *сопряженную с подшипником деталь*, например:

$\varnothing 42H7$ ;  $\varnothing 42M6$ ;  $\varnothing 42k6$ ;  $\varnothing 42m6$ .

Посадки колец шариковых и роликовых подшипников на вал и в отверстие корпуса в зависимости от вида нагружения выбирают в соответствии с табл. 3.3.4

Таблица 3.3.4

Вращение кольца относительно нагрузки	Допуск на вал				Допуск на отверстие корпуса					
	<i>Радиальные подшипники</i>									
вращается	<i>n6</i>	<i>m6</i>	<i>k6</i>	<i>js6</i>	<i>N6</i>	<i>N7</i>	<i>M6</i>	<i>M7</i>	<i>K6</i>	<i>K7</i>
неподвижно	<i>js6</i>	<i>h6</i>	<i>g6</i>	<i>f7</i>	<i>JS6</i>	<i>JS7</i>	<i>H6</i>	<i>H7</i>	<i>H8</i>	<i>G7</i>
<i>Радиально-упорные подшипники</i>										
вращается	<i>n6</i>	<i>m6</i>	<i>k6</i>	<i>js6</i>	<i>H7</i>	<i>M7</i>	<i>K7</i>	<i>JS7</i>	<i>P7</i>	
неподвижно	<i>h6</i>		<i>g6</i>	<i>f6</i>	<i>H7</i>					

### 3.4. ШЕРОХОВАТОСТЬ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ

В процессе формообразования деталей на их поверхности появляется *шероховатость* – ряд чередующихся выступов и впадин сравнительно малых размеров. Шероховатость может быть следом от резца или другого режущего инструмента, копией неровностей форм или штампов, может возникать вследствие вибраций, возникающих при резании, а также в результате действия других факторов.

С уменьшением шероховатости снижается трение и износ сопрягаемых поверхностей в *подвижных* соединениях, действительный характер соединений в большей степени соответствует теоретическому, улучшаются условия смазки, повышается точность и равномерность перемещения звеньев.

В *неподвижных* соединениях с уменьшением шероховатости поверхностей увеличивается антикоррозионная стойкость деталей, создается определенность натягов, улучшается герметичность соединений, увеличивается усталостная прочность деталей.

Шероховатость поверхности оценивается по неровностям профиля (рис. 3.4.1), получаемого путем сечения реальной поверхности плоскостью в пределах базовой длины  $l$ .

Базой для отсчета отклонений профиля является *средняя линия профиля  $tt$*  – линия, имеющая форму номинального профиля и проведенная так, что в пределах базовой длины среднее квадратичное отклонение профиля до этой линии минимально.

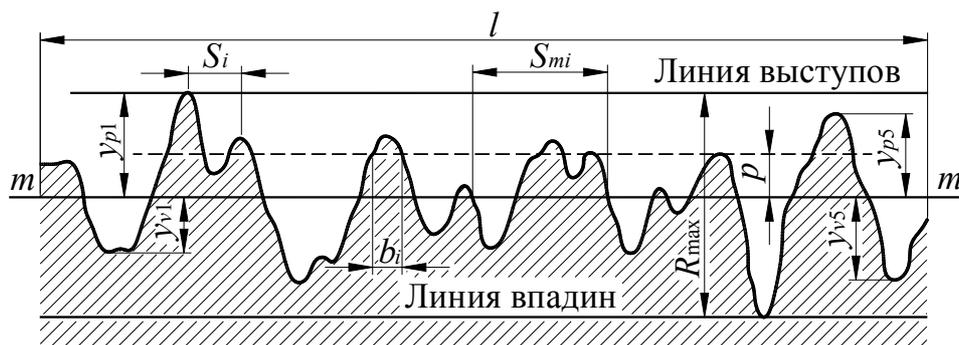


Рис. 3.4.1

Шероховатость поверхности по ГОСТ 2789-73 характеризуется следующими основными параметрами:

$R_a$  — среднее арифметическое отклонение профиля, мкм.

Среднее арифметическое отклонение профиля является средним арифметическим абсолютных значений отклонений профиля  $y_i$  в пределах базовой длины  $l$  (рис. 3.4.1). При дискретном способе обработки профилограммы значение  $R_a$  приближенно можно определить по формуле:

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|. \quad (3.4.1)$$

$l$  - базовая длина, являющаяся длиной линии, на которой определяются численные значения параметров, характеризующих шероховатость поверхности;

$y_i$  - измеренные отклонения профиля (расстояния между любой точкой профиля и базовой линией  $mm$ ) в дискретных точках;

$n$  - число измеренных дискретных отклонений на базовой длине;

выступ и впадина профиля - части профиля, ограниченные контуром реальной поверхности и средней линией  $m$  (неровности профиля образованы выступами и впадинами профиля);

$R_z$  - высота неровностей профиля по десяти точкам, мкм.

Высота неровностей профиля по десяти точкам является суммой средних абсолютных значений высот пяти наибольших выступов профиля и глубин пяти наибольших впадин профиля в пределах базовой длины.

$$R_z = \frac{1}{5} \left( \sum_{i=1}^5 y_{pi} - \sum_{i=1}^5 y_{vi} \right), \quad (3.4.2)$$

где  $y_{pi}$  - высота  $i$ -го наибольшего выступа профиля;

$y_{vi}$  - глубина  $i$ -й наибольшей впадины профиля.

$R_{\max}$  - наибольшая высота неровностей профиля, мкм.

Наибольшая высота неровностей профиля – расстояние между линиями выступов и впадин профиля в пределах базовой длины.

$S_m$  – *средний шаг неровностей* (среднее арифметическое значение шага неровностей по средней линии в пределах базовой длины);

$t$  – *средняя линия профиля*, являющаяся базовой линией, имеющая форму номинального профиля и проведенная так, что в пределах  $l$  среднее квадратическое отклонение профиля по этой линии минимально.

$S$  – *средний шаг неровностей по вершинам* профиля (среднее арифметическое значение шага неровностей по вершинам неровностей в пределах базовой линии).

$t_p$  – *относительная опорная длина профиля* – отношение опорной длины профиля к базовой длине:

$$t_p = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n b_i, \quad (3.4.3)$$

где  $\sum_{i=1}^n b_i$  – опорная длина профиля (сумма длин отрезков, отсекаемых на заданном уровне  $p$  в материале профиля линией, эквидистантной средней линии в пределах базовой длины).

Кроме перечисленных *шести количественных* параметров стандартом установлены *два качественных* параметра – *вид обработки* и *тип направлений неровностей*.

Вид обработки указывается в том случае, когда шероховатость поверхности следует получить только определенным способом.

Тип направлений неровностей выбирается из табл. 3.4.1. Указывается только в ответственных случаях, когда это необходимо по условиям работы детали или сопряжения.

*Требования к шероховатости поверхности* должны устанавливаться исходя из функционального назначения поверхности для обеспечения заданного качества изделий. Если в этом нет необходимости, то требования к шероховатости поверхности не устанавливаются и шероховатость этой поверхности контролироваться не должна.

Требования к шероховатости поверхности должны устанавливаться путем указания параметра шероховатости (одного или нескольких из вышеперечисленных параметров), числового значения выбранного параметра и базовой длины, на которой происходит определение параметра.

В большинстве случаев на чертежах достаточно проставлять один из двух параметров –  $R_a$  или  $R_z$ , причем параметр  $R_a$  является *предпочтительным*.

Таблица 3.4.1

Типы направлений неровностей	Схематическое изображение	Условное обозначение на чертеже
Параллельное		
Перпендикулярное		
Перекрещивающееся		
Произвольное		
Кругообразное		
Радиальное		

Структура обозначения шероховатости поверхности (рис. 3.4.2) должна соответствовать ГОСТ 2.309-73.

где: 1 – параметр (параметры) шероховатости по ГОСТ 2789-73,

2 – вид обработки поверхности и (или) другие дополнительные указания,

3 – базовая длина по ГОСТ 2789-73,

4 – условное обозначение направления микронеровностей.

Если вид обработки конструктором не указывается, то применяется знак по рис. 3.4.3, если указывается, то – по рис. 3.4.4.

Если поверхность образуется без снятия материала (например, штамповкой и т.п.), то применяют знак по рис. 3.4.5.

Допускается применять упрощенное обозначение шероховатости поверхности с разъяснением его в технических требованиях чертежа (рис. 4.1.16). При этом используют знак и строчные буквы русского алфавита в алфавитном порядке, без повторений и, как правило, без пропусков.

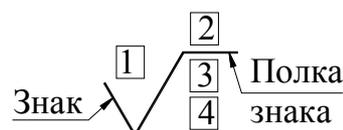


Рис. 3.4.2

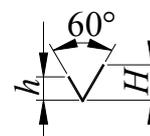


Рис. 3.4.3



Рис. 3.4.4



Рис. 3.4.5

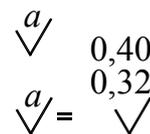


Рис. 3.4.6

## 4. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

### 4.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В машиностроении под *передаточными механизмами* понимают устройства, предназначенные для передачи на расстояние *механической энергии*, причем эта передача совмещается с выполнением частных функций, к основным из которых относятся:

- передача и преобразование движения,
- изменение и регулирование скорости,
- распределение потоков мощности между различными исполнительными органами данной машины,
- пуск, останов и реверсирование движения.

Эти функции должны выполняться *в течение заданного времени с заданными точностью и производительностью*. При этом механизм должен иметь минимально возможные габариты, быть экономичным и безопасным в эксплуатации. Тип передаточного механизма выбирают в соответствии с назначением механизма, режимом и условиями его работы.

В разделе 4 изложены основы геометрического и прочностного расчетов наиболее распространенных передаточных механизмов: фрикционных, ременных, зубчатых, червячных, цепных.

### 4.2. ОБЩАЯ ЗАДАЧА О ПЕРЕДАЧЕ ДВИЖЕНИЯ

Задача синтеза *сопряженных* поверхностей передаточных механизмов заключается в определении поверхности  $S_2$ , сопряженной с заданной поверхностью  $S_1$  при известных передаточной функции звеньев 1 и 2  $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$  и

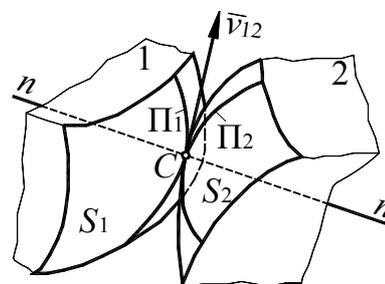


Рис. 4.2.1

функции изменения направляющего угла вектора  $\bar{v}_{12}$  от координат звена 1 (рис. 4.2.1). При взаимодействии сопряженных твердых звеньев не может быть внедрения одной поверхности в другую, либо размыкания кинематической пары. Для удовлетворения этого требования вектор скорости относительного движения в любой точке контакта поверхностей  $\bar{v}_{12}$  должен находиться в плоскости, касательной к обеим сопряженным поверхностям в этой точке.

Если поверхности  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 4.2.1) рассесть плоскостью, проходящей через вектор  $\bar{v}_{12}$  и общую нормаль  $nn$ , то в сечении получим контакт кривых  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , принадлежащих этим поверхностям и лежащих в одной плоскости. Эти кривые в дальнейшем будем называть *профиль-*

ными, или профилями. Они образуют кинематическую пару 4-го класса, звенья которой  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , в зависимости от характера движения поверхностей  $S_1$  и  $S_2$ , совершают вращательное или поступательное движение.

Рассмотрим связь между угловыми скоростями двух звеньев, образующих высшую кинематическую пару (рис. 4.2.2). Пусть профиль  $\Pi_1$  вращается с угловой скоростью  $\omega_1$

вокруг неподвижного центра  $O_1$  и сообщает профилю  $\Pi_2$  угловую скорость  $\omega_2$  вокруг неподвижного центра  $O_2$ .

Проведем через точку  $C$  касания профилей общую к ним нормаль  $nn$  и общую касательную  $tt$ . Обозначим соприкасающиеся в точке  $C$  точки, принадлежащие профилям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , соответственно  $C_1$  и  $C_2$ . Векторы скоростей этих точек  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  перпендикулярны радиусам  $O_1C$  и  $O_2C$ . Спроектируем векторы  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  на нормаль  $nn$  и касательную  $tt$ . Кроме того, из центров вращения звеньев  $O_1$  и  $O_2$  опустим на нормаль  $nn$  перпендикуляры  $O_1M_1$  и  $O_2M_2$ .

Учитывая, что в рассматриваемом случае профили  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  вращаются в противоположные стороны, и, считая угловую скорость  $\omega_1$  положительной, а  $\omega_2$  – отрицательной, получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{v_1}{O_1C_1} = \frac{v_1}{O_1C} \\ \omega_2 &= -\frac{v_2}{O_2C_2} = -\frac{v_2}{O_2C} \end{aligned} \right\} \quad (4.2.1)$$

Из подобия треугольников  $O_1M_1C$  и  $Cba_1$ , а также  $O_2M_2C$  и  $Cba_2$ , у которых стороны взаимно перпендикулярны, находим:

$$\frac{v_{n1}}{O_1M_1} = \frac{v_1}{O_1C} \quad \text{и} \quad \frac{v_{n1}}{O_2M_2} = \frac{v_2}{O_2C},$$

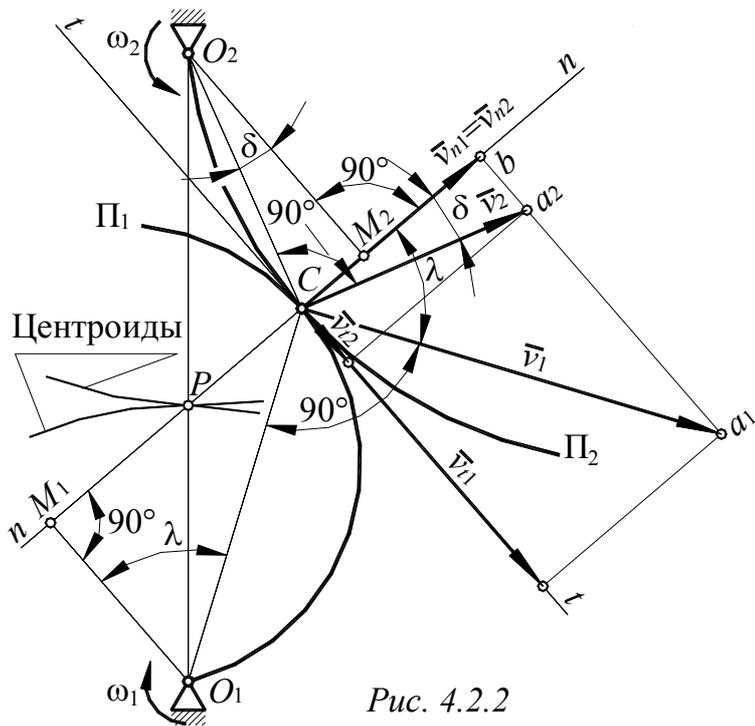


Рис. 4.2.2

откуда, учитывая (4.2.1), получаем:

$$v_{n1} = \omega_1 \cdot O_1M_1 \text{ и } v_{n2} = -\omega_2 \cdot O_2M_2.$$

Если  $v_{n1} \neq v_{n2}$ , то профиль  $\Pi_1$  либо должен проникнуть в профиль  $\Pi_2$  (при  $v_{n1} > v_{n2}$ ), либо отстать от него (при  $v_{n1} < v_{n2}$ ). И то и другое исключено, поэтому должно выполняться условия:

$$v_{n1} = v_{n2}$$

и

$$\omega_1 \cdot O_1M_1 = -\omega_2 \cdot O_2M_2,$$

откуда:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2M_2}{O_1M_1}.$$

Из рис. 4.2.2 видно, что равенство проекций скоростей  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  на касательную  $tt$  ( $v_{t1}$  и  $v_{t2}$ ) возможно только в одном положении, когда точка  $C$  контакта профилей совпадает с точкой  $P$  пересечения нормали  $nn$  и линии центров  $O_1O_2$ , то есть при  $\bar{v}_1 = \bar{v}_2$ . Во всех остальных положениях  $v_{t1} \neq v_{t2}$  и разность между скоростями точек  $C_1$  и  $C_2$  в направлении касательной  $tt$ , то есть скорость относительного скольжения, будет тем больше, чем дальше точка контакта удаляется от точки  $P$ .

Из подобия треугольников  $O_1M_1P$  и  $O_2M_2P$  получим:

$$\frac{O_2M_2}{O_1M_2} = \frac{O_2P}{O_1P}.$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2P}{O_1P}. \quad (4.2.2)$$

Соотношение (4.2.2) выражает *основной закон зацепления*:

*общая нормаль к профилям, проведенная в точке их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.*

Основной закон зацепления часто называют *основной теоремой зацепления*.

Деление межцентрового расстояния может быть *внутренним* (как в рассмотренном случае) или *внешним*, когда точка  $P$  располагается за пределами отрезка  $O_1O_2$ , при этом угловые скорости  $\omega_1$  и  $\omega_2$  имеют одинаковое направление. Поэтому в общем случае передаточное отношение определяется формулой:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (4.2.3)$$

Точка  $P$  пересечения нормали  $nn$  и линии центров  $O_1O_2$  является *мгновенным центром* относительного вращения звеньев и называется *полюсом зацепления*.

Геометрические места мгновенных центров вращения  $P$ , связанные с плоскостями профилей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , образуют *центроиды*.

Основным законом зацепления определяются геометрические условия построения *сопряженных профилей*, у которых *общая нормаль к профилям при их любом положении проходит через неизменно расположенный полюс зацепления  $P$* . При *постоянном* передаточном отношении ( $i_{12}=\text{const}$ ), полюс зацепления  $P$  не должен менять своего положения на линии центров  $O_1O_2$ . Центроидами относительного движения звеньев в этом случае являются окружности радиусов  $r_{\omega_1}=O_1P$  и  $r_{\omega_2}=O_2P$ .

При  $i_{12} \neq \text{const}$  соотношение между радиус-векторами точки касания центроид  $O_1P$  и  $O_2P$ , а, следовательно, и положение полюса  $P$  определяются заданной функцией  $i_{12} = f(\varphi_1)$ , где  $\varphi_1$  – угол поворота ведущего звена. Центроиды в этом случае представляют собой кривые, отличные от окружностей.

Находящиеся в зацеплении профили являются *взаимоогibaющими* кривыми. В любой рассматриваемый момент времени общая нормаль к *взаимоогibaющим* кривым в точке их касания проходит через соответствующий этому моменту *мгновенный центр* относительного вращения.

## 4.3. ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 4.3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В группу *фрикционных* передач входят:

— передачи *фрикционные* – с непосредственным контактом звеньев (катков или комбинации катков и дисков);

— передачи *трением с гибкой связью* (ременные, канатные, со стальными лентами).

Во фрикционных передачах вращение передается силами трения  $F_T$ , создаваемыми в зоне контакта двух соприкасающихся звеньев высшей пары в результате постоянного прижатия звеньев с силой  $F_n$ . Для надежной работы фрикционных передач требуется соблюдение условия:

$$F_T \geq F_t, \quad (4.3.1)$$

где  $F_t$  – окружное усилие, необходимое для создания крутящего момента  $T_2$  на ведомом валу.

$$F_T = fF_n \quad (4.3.2)$$

Из-за *относительного проскальзывания* звеньев в высшей паре отношение угловых скоростей вращающихся звеньев фрикционной пары не является постоянной величиной.

#### **4.3.2. ФРИКЦИОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ С ЖЕСТКИМИ РАБОЧИМИ ТЕЛАМИ (ФРИКЦИОННЫМИ КАТКАМИ)**

##### **4.3.2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Передачи с *фрикционными катками* применяют:

- для передачи движения между валами, оси которых параллельны или пересекаются;
- для преобразования вращательного движения в винтовое;
- для преобразования вращательного движения в поступательное или наоборот.

*Достоинства* фрикционных передач:

- простота конструкции;
- равномерность передачи движения и бесшумность работы, вследствие чего их применяют при высоких числах оборотов;
- возможность осуществления передач с регулированием передаточного отношения в процессе работы.

К *недостаткам* фрикционных передач относится:

- повышенный и неравномерный износ рабочих тел;
- большие давления на опоры и, вследствие этого, большие потери на трение в опорах;
- сравнительно низкий КПД ( $\eta=0,80-0,92$ );
- наличие проскальзывания делает невозможным применение этих передач в механизмах, где недопустимо колебание передаточного числа.

Наибольшее распространение фрикционные передачи получили в механизмах для бесступенчатого изменения передаточного числа, имеющих в своей основе фрикционную передачу.

##### **4.3.2.2. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ**

Рассмотрим фрикционную передачу с параллельными валами (рис. 4.3.1), где передача крутящего момента осуществляется при помощи гладких цилиндрических катков.

В кинематической схеме передачи:

$d_1$  – диаметр ведущего катка;

$n_1$  – частота вращения ведущего катка;

$T_1$  – передаваемый крутящий момент ведущего вала;

$v_1$  – окружная скорость ведущего катка.

$d_2$  – диаметр ведомого катка;

$n_2$  – частота вращения ведомого катка;  
 $T_2$  – момент сопротивления на ведомом катке;  
 $v_2$  – окружная скорость ведомого катка.

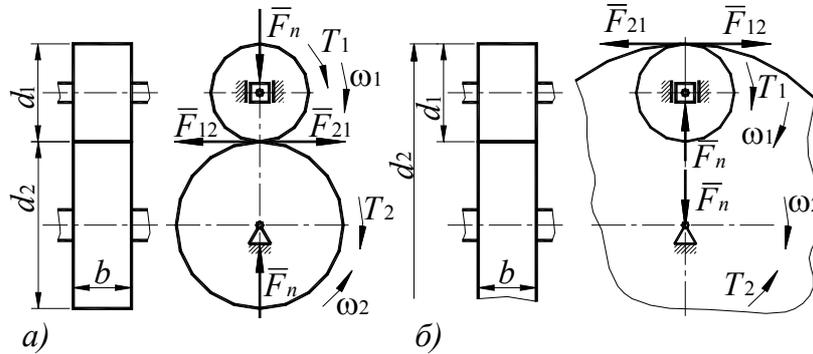


Рис. 4.3.1

Предположим, что относительное проскальзывание между катками отсутствует; тогда окружные скорости катков должны быть одинаковыми, т.е.  $v_1=v_2$  (см. раздел 1.4.6.1).

Тогда, исходя из принятых обозначений, получим:

$$v_1 = v_2 = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \omega_2 \frac{d_2}{2} = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60} = \frac{\pi \cdot d_2 \cdot n_2}{60},$$

откуда:

$$d_1 n_1 = d_2 n_2 = d_1 \omega_1 = d_2 \omega_2.$$

Из последнего равенства находим:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{d_2}{d_1} = i_{12}, \quad (4.3.3)$$

где  $i_{12}$  — передаточное отношение передачи при передаче движения (энергии от первого катка ко второму);

знак «+» относится к внешнему касанию катков (рис. 4.3.1, а);

знак «-» относится к внутреннему касанию катков (рис. 4.3.1, б).

Во многих расчетах, когда нет необходимости определять направление вращения звеньев, используют понятие «передаточное число» -  $u$ .

Передаточным числом называется отношение  $\left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right|$  при режиме редуцирования, т.е при  $\omega_1 \geq \omega_2$ .

Тогда:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (4.3.4)$$

У фрикционных передач, как у всех передач трением, окружные скорости рабочих поверхностей вследствие проскальзывания сопряжен-

ных катков не равны. Связь между окружными скоростями ведущего  $v_1$  и ведомого  $v_2$  катков выражается формулами:

$$v_2 = (1 - \xi)v_1 \quad (4.3.5)$$

или:

$$d_2 n_2 = (1 - \xi)d_1 n_1, \quad (4.3.6)$$

где  $\xi = 1 - \frac{v_2}{v_1}$  – относительное скольжение.

Скольжение приводит к уменьшению угловой скорости ведомого вала и делится на *упругое* и *геометрическое*.

*Упругое скольжение* возникает в результате упругой деформации материала рабочих поверхностей катков (рис. 4.3.2). Поверхностные слои материала ведущего катка, нагруженного движущим моментом  $T_1$ , под действием силы трения, по мере приближения к точке контакта  $p$  сжимаются, а проходя эту точку растягиваются. Поверхностные слои материала ведомого катка под влиянием реактивного момента  $T_2$  получают противоположные деформации.

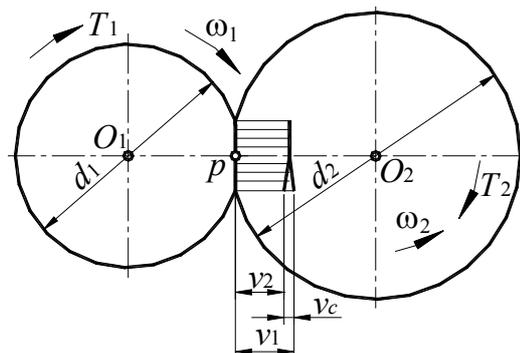


Рис. 4.3.2

Для уменьшения упругого скольжения необходимо применять материалы с большими модулями упругости. Величина упругого скольжения  $\xi$  мала, она не превышает для стали и чугуна 0,002-0,005; для текстолита 0,01; для резины 0,03. При обильной смазке передач  $\xi \approx 0,05$ .

*Геометрическое скольжение* объясняется разностью скоростей на площадках или линиях контакта тел качения. Например, в передачах с *клиновидными* катками (рис. 4.3.3), чистое качение может быть только по линии  $c-c$  касания окружностей с диаметрами  $d_{cp1}$  и  $d_{cp2}$ . В остальных точках, лежащих на линиях контакта катков, появляется *проскальзывание*. При этом величина скорости скольжения по

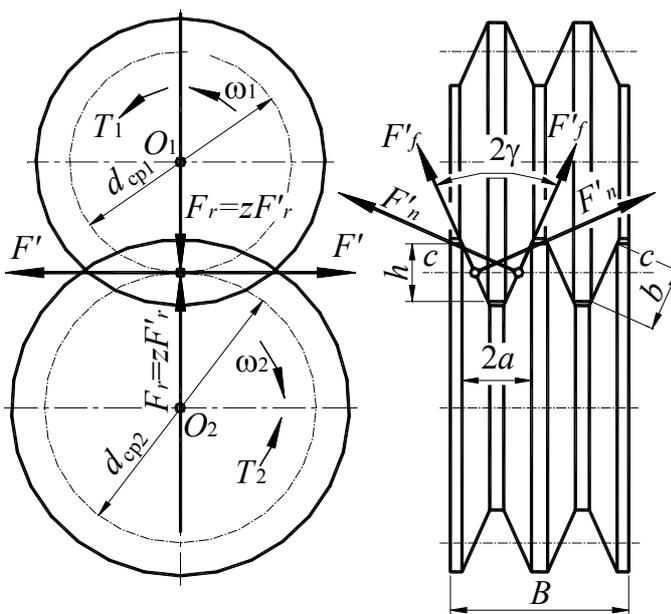


Рис. 4.3.3

длине линии контакта возрастает и достигает наибольшего значения в точках, лежащих на расстояниях  $\frac{h}{2}$  от точек, имеющих равные скорости.

Кроме рассмотренных видов скольжения, в фрикционных передачах может происходить *буксование* – проскальзывание, вызванное *перегрузкой* передачи. Буксование приводит к интенсивному местному износу рабочей поверхности ведомого катка и поэтому для фрикционных передач недопустимо. Иногда это явление используют в противоперегрузочных устройствах.

В передачах с коническими катками передаточное отношение  $i_{12}$  выражается через углы конусов  $\delta_1$  и  $\delta_2$  (рис. 4.3.4) и без учета скольжения для случая внешнего касания конусов будет равно:

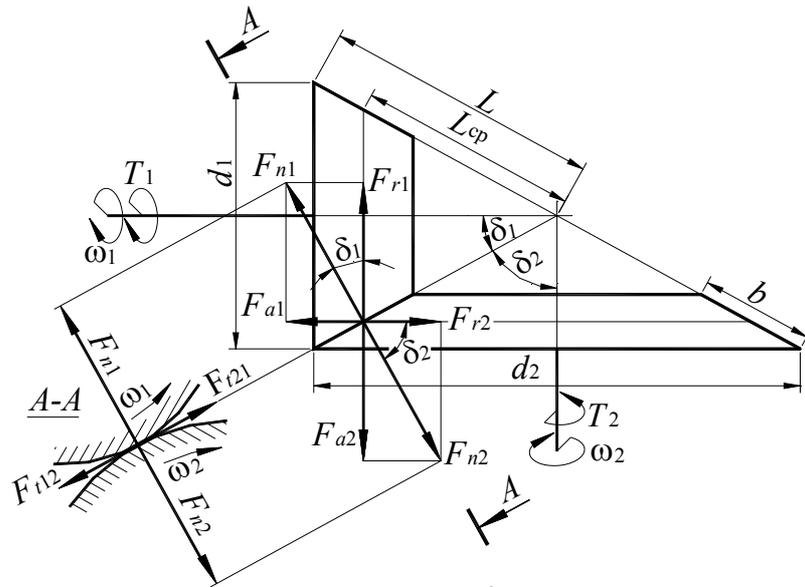


Рис. 4.3.4

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\operatorname{tg} \delta_2 = -\operatorname{ctg} \delta_1. \quad (4.3.7)$$

### 4.3.2.3. СИЛОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ

На основании уравнений (4.3.1) и (4.3.2) определим минимально допустимое усилие прижатия катков *цилиндрической* фрикционной передачи:

$$F_n \geq \frac{F_t}{f}. \quad (4.3.8)$$

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} \approx \frac{2T_2}{d_2}. \quad (4.3.9)$$

В цилиндрических передачах с *клиновидным профилем* (рис. 4.3.3) каждая боковая сторона выступа передает часть общего окружного усилия:

$$F'_t \leq \frac{F_t}{2z} = \frac{F_n}{2zf},$$

где  $z$  – число выступов (рекомендуется принимать  $z \leq 5$ ),

$F'$  – сила трения, развиваемая на одной стороне выступа.

По аналогии с взаимодействием сил в клинчатом ползуне (см. раздел 1.6.2.2) общее усилие прижатия катков:

$$F_r \geq \frac{F_t}{f'}, \quad (4.3.10)$$

где  $f'$  — приведенный коэффициент трения в клинчатом ползуне.

$$f' = \frac{f}{\sin \gamma}, \quad (4.3.11)$$

где  $2\gamma$  — угол клинчатого выступа. Обычно принимают  $2\gamma=(24-30)^\circ$ ; тогда для стальных катков  $f'=(3,8-5,4)$ .

$F_t$  определяется по формуле (4.3.9).

В *конических* фрикционных передачах (рис. 4.3.4) в результате прижатия катков на линии контакта возникает нормальная сила  $F_n$ :

$$F_n = F_{n1} = F_{n2} \geq \frac{F_t}{f}, \quad (4.3.12)$$

где  $F_t = F_{t12} \approx F_{t21}$ .

$F_t$  определяется по формуле (4.3.9).

Раскладывая силы  $F_{n1}$  и  $F_{n2}$  получим их составляющие:

$$F_{a1} = F_{r2} = F_n \sin \delta_1 = F_n \cos \delta_2, \quad (4.3.13)$$

$$F_{a2} = F_{r1} = F_n \sin \delta_2 = F_n \cos \delta_1. \quad (4.3.14)$$

$F_{a1}$  и  $F_{a2}$  — силы, параллельные геометрическим осям валов, которые необходимо приложить к ведущему и ведомому каткам для передачи нагрузки.

Так как при  $i_{12} > 1$   $F_{a1} < F_{a2}$ , то прижатие катков обеспечивают приложением осевой силой к меньшему катку. Положение большего катка в осевом направлении фиксировано. В простейшем случае усилие прижатия катков создается пружиной, которая упирается в подвижную опору ведущего вала (рис. 4.3.1). Это устройство применяют при *малых* нагрузках, а также в приборах или передачах, работающих с *постоянными* нагрузками. При действии переменных нагрузок применяют автоматические нажимные устройства.

#### 4.3.2.4. ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ

В зоне контакта сопряженных фрикционных катков возникают контактные напряжения  $\sigma_H$ , величина которых определяется, по формулам для определения контактных напряжений, приведенными в разделе 2.10.3.

Так как при работе передачи зона контакта непрерывно перемещается по рабочим поверхностям, то поверхностные слои материала кат-

ков испытывают многократно повторяющиеся переменные напряжения и подвержены усталостному выкрашиванию, нагреву и износу.

Как показывает опыт, основными критериями работоспособности фрикционных передач являются:

— для передач с *металлическими* катками, работающих *со смазкой*, – *усталостное выкрашивание*;

— для передач с *металлическими* катками, работающих *без смазки* – *нагрев*;

— для передач, у которых *один из катков* имеет *неметаллическую* рабочую поверхность – *износ*.

Фрикционные передачи с *металлическими* рабочими поверхностями катков рассчитывают по *контактным* напряжениям (см. раздел 2.10.3).

При начальном *линейном* контакте двух цилиндрических катков *условие прочности по контактным напряжениям* с учетом формул (2.10.10) и (2.10.11) принимает вид:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_{\text{пр}}}{b \rho_{\text{пр}}}} = 0,836 \sqrt{\frac{F_n}{b} \frac{d_2 \pm d_1}{d_1 d_2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \leq \sigma_{H\text{р}} \quad (4.3.15)$$

где знак «+» относится к внешнему касанию катков;

знак «-» относится к внутреннему касанию катков.

С учетом формул (4.3.4), (4.3.8) и (4.3.9) формулу (4.3.15) можно преобразовать к виду:

$$\sigma_H = 1,182 \sqrt{\frac{T_2}{d_{\text{ср1}}^2 f b} \frac{u \pm 1}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \leq \sigma_{H\text{р}}, \quad (4.3.16)$$

где  $b$  – расчетная ширина катков.

Из формулы (4.3.16) проверочного расчета можно получить формулы для *проектного* расчета фрикционной передачи с *цилиндрическими* катками.

$$d_1 \geq \frac{1,182}{\sigma_H} \sqrt{\frac{T_2}{f b} \frac{u \pm 1}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.3.17)$$

$$a \geq \frac{0,591}{\sigma_H} \sqrt{\frac{T_2}{f b} \frac{(u \pm 1)^3}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.3.18)$$

где  $a$  – межосевое расстояние.

Формулы для *проектного* расчета фрикционной передачи с *коническими* катками получим из формулы (4.3.16), введя обозначение (рис. 4.3.4):

$$b = \psi_{bL} L. \quad (4.3.19)$$

$$d_{cp1} = L_{cp} \sin \delta_1. \quad (4.3.20)$$

Тогда:

$$L_{cp} \geq 1,119 \sqrt[3]{\frac{T_2}{\sigma_H^2 f \psi_{bL} \sin^2 \delta_1} \frac{u \pm 1}{u^2} \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}} \quad (4.3.21)$$

Силы  $F_{a1}$  и  $F_{a2}$  (рис. 4.3.4), которые необходимо приложить к ведущему и ведомому каткам для сжатия катков, определяются по уравнениям (4.3.13) и (4.3.14).

Передачи с *неметаллическими* рабочими поверхностями рассчитывают по условной удельной нагрузке  $q$ , т.е. по нагрузке, приходящейся на единицу длины контактных линий:

$$q = \frac{F_n}{b} \leq q_p. \quad (4.3.22)$$

Подставив (4.3.8) и (4.3.9) в (4.3.22), после преобразований получим формулы для *проектного* расчета фрикционной передачи с *цилиндрическими* катками с *неметаллическими* рабочими поверхностями:

$$d_1 \geq 1,41 \sqrt{\frac{T_2}{q_p u f \psi_{bd}}}, \quad (4.3.23)$$

$$a \geq 0,707 \sqrt{\frac{T_2}{q_p f \psi_{bd}} \frac{(u \pm 1)^2}{u}}, \quad (4.3.24)$$

где  $\psi_{bd} = \frac{b}{d_1}$ .

При определении ширины катков следует учитывать предельное течение величины  $b$ , исходя из зависимости:

$$b_{\max} \leq d_1,$$

где  $d_1$  – диаметр меньшего ведущего катка.

Значения коэффициента трения  $f$  для фрикционных передач следует принимать, исходя из данных табл. 4.3.1.

Таблица 4.3.1

Материалы рабочих поверхностей и условий смазки	Значения $f$
Сталь–сталь со смазкой	0,05
Сталь–сталь (чугун) без смазки	0,15-0,20
Сталь–текстолит (фибра) без смазки	0,2-0,25
Сталь–феродо без смазки	0,3-0,35
Сталь (чугун)–резина без смазки	0,35-0,45

### 4.3.3. РЕМЕННЫЕ ПЕРЕДАЧИ

#### 4.3.3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Фрикционные передачи с гибкими промежуточными звеньями (ремнями) называют *ременными*.

Ременные передачи могут быть между:

— параллельными валами (рис. 4.3.5, а);

— перекрестными валами (рис. 4.3.5, б);

— полуперекрестными валами (рис. 4.3.5, в, г).

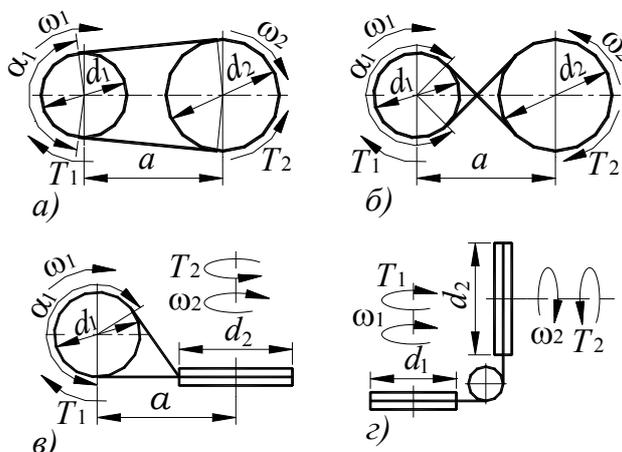


Рис. 4.3.5

Передача с параллельными валами, показанная на рис. 4.3.5, а, называется *открытой*. Открытая передача наиболее востребована, передачи других типов применяют значительно реже.

По типу ремней передачи делят на плоскоременные (рис. 4.3.6, а, б), клиноременные (рис. 4.3.6, в), поликлиновые (рис. 4.3.6, г), круглоременные (рис. 4.3.6, д), вариаторные широким ремнем (рис. 4.3.6, е).

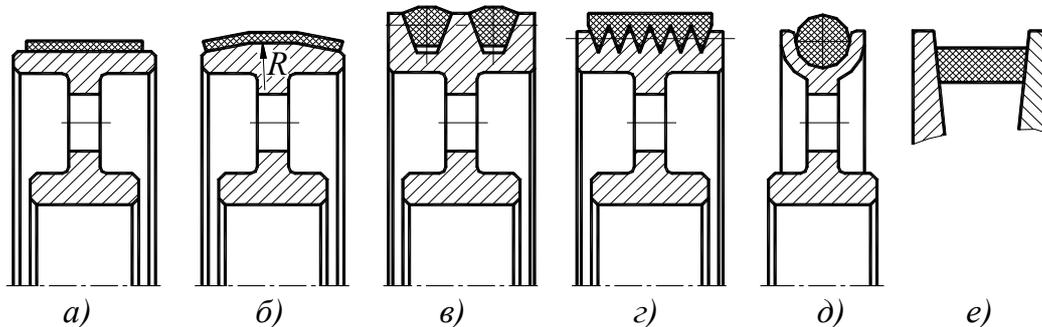


Рис. 4.3.6

Особой разновидностью являются *зубчато-ременные* передачи, относящиеся к передачам *зацеплением*. В данном курсе они не рассматриваются.

Приводные ремни должны иметь малую остаточную вытяжку; высокую статическую и усталостную прочность при работе с большими скоростями и на шкивах малого диаметра; высокий коэффициент трения; стойкость в отношении воздействия щелочей, кислот, минеральных масел.

Для *плоскоременных* передач применяют ремни трех видов:

- общего назначения,
- морозостойкие,
- антистатические.

Ремни общего назначения и антистатические ремни должны быть работоспособны в интервале температур окружающего воздуха от  $-25^{\circ}\text{C}$  до  $+60^{\circ}\text{C}$ ; морозостойкие ремни – от  $-45^{\circ}\text{C}$  до  $+60^{\circ}\text{C}$ .

Ремни состоят из тканевого каркаса и имеют резиновые прослойки между прокладками. Морозостойкие и антистатические ремни изготавливают с наружными резиновыми обкладками.

Резинотканевые ремни изготавливают конечными. Допускается изготавливать ремни бесконечными, при этом размеры ремней устанавливаются по согласованию изготовителя с потребителем.

Плоские *полиамидные* ремни могут работать в широком диапазоне скоростей и нагрузок, хорошо воспринимать перегрузки. Их недостатком является пониженное сцепление с металлическими шкивами. Для повышения сцепления используют полиамидные ремни с прорезиненными обкладками.

Бесконечные *клиновидные* резинотканевые приводные ремни изготавливают *кордтканевыми* и *кордшнуровыми* (рис. 4.3.7).

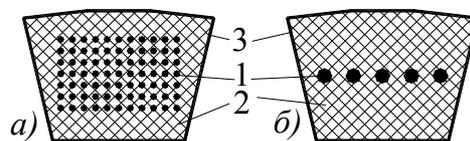


Рис. 4.3.7

Несущим элементом ремня являются кордткань 1 (рис. 4.3.7, а) или кордшнур 1 (рис. 4.3.7, б), которые помещены в резиновый наполнитель 2 и защитную обертку 3.

При малых диаметрах шкивов, а также при высоких скоростях следует применять кордшнуровые ремни, при сравнительно больших диаметрах шкивов – кордтканевые.

В соответствии с ГОСТ 1284-68 выпускают ремни семи сечений, которые в порядке возрастания размеров обозначаются буквами латинского (русского) алфавита *A* (А), *B* (Б), *C* (В), *D* (Г), *E* (Д), *Z* (О), *EO* (Е). Так как в процессе работы передачи происходит *вытяжка* ремней, то при конструировании ременной передачи следует предусмотреть *натяжное устройство*.

На рис. 4.3.8 приведены схемы наиболее употребительных натяжных устройств с *передвижным валом* (рис. 4.3.8, а), с *оттяжным валом* (рис. 4.3.8, б), с *качающимся валом* (рис. 4.3.8, в), с *натяжным роликом* (рис. 4.3.8, г).

При конструировании натяжных устройств следует учитывать, что *вытяжка* ремней в процессе работы

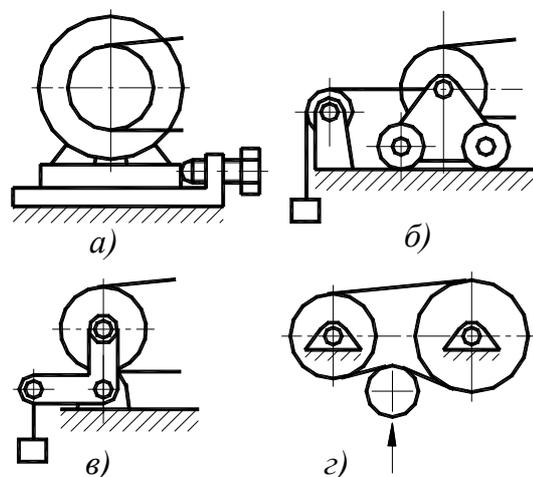


Рис. 4.3.8

может доходить до 5% их первоначальной длины и поэтому натяжное устройство должно обеспечивать изменение межосевого расстояния в пределах от  $-0,03a$  до  $+0,06a$ , где  $a$  – номинальное значение межосевого расстояния.

### 4.3.3.2. ГЕОМЕТРИЯ ПЕРЕДАЧИ

Ременные передачи рассчитывают по углу обхвата ремнем меньшего шкива  $\alpha_1$  (рис. 4.3.9):

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma.$$

Из рис. 4.3.9 очевидно, что:

$$O_2C = \frac{d_2 - d_1}{2},$$

$$\gamma \approx \frac{d_2 - d_1}{2a}.$$

Переводя значение угла  $\gamma$  в градусы, получим:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma \approx 180^\circ - \frac{d_2 - d_1}{a} 57,3^\circ \quad (4.3.25)$$

С уменьшением углов обхвата снижается надежность сцепления ремня со шкивами. Поэтому рекомендуется принимать:

для *плоскоремennых* передач  $\alpha_1 \geq 150^\circ$ ,

для *клиноремennых* передач  $\alpha_1 \geq 90^\circ$ .

Длина ремня без припуска на сшивку концов равна сумме прямолинейных участков и дуг обхвата:

$$L \approx 2a + \frac{\pi}{2}(d_2 + d_1) + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a} \quad (4.3.26)$$

### 4.3.3.3. ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ РЕМЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ

В ременных передачах нагрузка передается только за счет удельных сил трения  $\Delta F$ , которые возникают на поверхностях обхвата шкивов натянутым ремнем (рис. 4.3.9).

В состоянии покоя ремень (рис. 4.3.9) испытывает по всей длине одинаковое натяжение  $F_0$ , называемое *предварительным* натяжением, и соответственно получает *начальное относительное удлинение*  $\varepsilon_0$ :

$$\varepsilon_0 = \frac{F_0}{EA}.$$

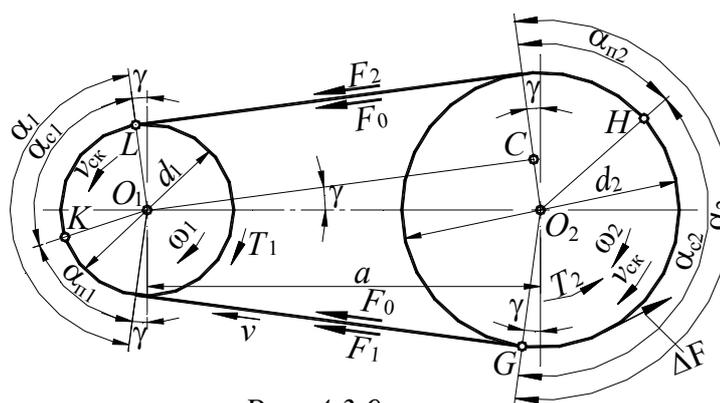


Рис. 4.3.9

При холостом ходе натяжение и относительная деформация ремня практически не изменяются. Поэтому можно считать, что при холостом ходе скорость ремня  $v$  и окружные скорости обоих шкивов равны:

$$v = v_1 = v_2.$$

При работе передачи с нагрузкой, для преодоления момента сопротивления  $T_2$ , возникающего на ведомом шкиве, натяжение *ведущей* ветви должно *увеличиться* до  $F_1 > F_0$ , а *ведомой* ветви – *уменьшается* до  $F_2 < F_0$ .

Из условия равновесия сил, действующих на ведомый шкив, имеем:

$$T_2 = \frac{(F_1 - F_2)d_2}{2} \quad (4.3.27)$$

$$F_1 - F_2 = F_t \quad (4.3.28)$$

Так как крутящий момент равен:

$$T_2 = \frac{F_t d_2}{2},$$

то поэтому разность натяжений ведущей и ведомой ветвей можно выразить через окружное усилие  $F_t$ .

Изменение натяжений ветвей ремня в передаче, работающей с нагрузкой, приводит к соответствующему увеличению относительной деформации ведущей ветви от  $\varepsilon_0$  до  $\varepsilon_1$  и к уменьшению относительной деформации ведомой ветви от  $\varepsilon_0$  до  $\varepsilon_2$ :

$$\varepsilon_1 = \frac{F_1}{EA} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_1, \quad (4.3.29)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{F_2}{EA} = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon_2.$$

Как следует из формулы (4.3.26), длина ремня не зависит от нагрузки. Следовательно, изменение относительных деформаций ведущей  $\Delta\varepsilon_1$  и ведомой  $\Delta\varepsilon_2$  ветвей равны. Сложив почленно равенства (4.3.29) и учитывая, что  $\varepsilon_0 = \frac{F_0}{EA}$ , получим:

$$F_1 + F_2 = 2F_0. \quad (4.3.30)$$

Так как ремень имеет замкнутый контур, то изменение относительных деформаций его обеих ветвей возможно только в том случае, если при работе передачи ремень будет проскальзывать по шкивам. Действительно, как показывают опыты, на некоторой дуге  $GH$  обхвата ведомого шкива (рис. 4.3.9) ремень постепенно удлиняется. При этом отдельные сечения ремня начинают перемещаться со скоростью, превышающей линейную скорость шкива ( $v + v_{ск} > v_2$ ).

Одновременно с этим на дуге  $KL$  обхвата ведущего шкива ремень укорачивается и начинает скользить по ободу в направлении, обратном вращению шкива, т.е. в пределах дуги  $KL$  линейная скорость ремня оказывается меньше линейной скорости ведущего шкива ( $v - v_{ск} < v_1$ ).

Такое скольжение, обусловленное *упругими* свойствами материала ремней, называют *упругим скольжением* и оно неизбежно для ременных передач.

Дуги  $GH$  и  $KL$  называют *дугами скольжения*, а соответствующие им углы  $\alpha_{c2}$  и  $\alpha_{c1}$  называют *углами скольжения*.

Таким образом, *полные углы обхвата шкивов*  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  делятся на:

— *углы скольжения*  $\alpha_{c1}$  и  $\alpha_{c2}$ ;

— *углы покоя*  $\alpha_{п1}$  и  $\alpha_{п2}$ ,

т.е.:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_{п}.$$

На обоих шкивах дуги покоя находятся со стороны *набегающей* ветви.

В состоянии покоя и при холостом ходе:

$$\alpha_c = 0.$$

При работе передач *с нагрузкой*:

$$\alpha_c > 0,$$

$$F_1 > F_0,$$

$$F_2 < F_0,$$

$$\alpha = \alpha_{п} + \alpha_c.$$

По мере увеличения нагрузки углы скольжения возрастают при соответствующем уменьшении углов покоя. В пределе, когда углы скольжения становятся равными углам обхвата ( $\alpha_c = \alpha$ ), наступает полное скольжение ремня по шкивам, которое называют *буксованием*. Буксование ремня начинается на том шкиве, на котором угол обхвата меньше. Поэтому ременные передачи и рассчитывают по меньшему углу обхвата  $\alpha_{\min}$ .

При буксовании полезная нагрузка передаваться не может. Поэтому работоспособность ременных передач зависит от надежности сцепления ремня со шкивами, которую называют *тяговой способностью ремней*.

#### 4.3.3.4. НАТЯЖЕНИЕ ВЕТВЕЙ РЕМНЯ

Из уравнений (4.3.28) и (4.3.30) получаем:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_0 + \frac{F_t}{2}, \\ F_2 &= F_0 - \frac{F_t}{2}. \end{aligned} \tag{4.3.31}$$

Для определения натяжений ветвей ремня в ременных передачах можно использовать *формулу Эйлера* (1.6.32), рассмотренную в разделе по теории механизмов и машин:

$$F_1 = F_2 e^{f\alpha_p} \quad (4.3.32)$$

где  $\alpha_p$  – расчетный угол обхвата в радианах;

$f$  — коэффициент трения скольжения пары «ремень-шкив».

Если принять  $\alpha_p = \alpha$ , то формула (4.3.32) даст отношение предельных значений  $F_1$  и  $F_2$  на *границе буксования*.

При  $\alpha_p = \alpha_c$  получим отношение  $F_1$  и  $F_2$ , соответствующее *рабочему режиму* передачи.

При набегании ремня на шкивы на каждый элемент его массы  $dm$  в пределах угла обхвата  $\alpha$  действует центробежная сила  $dF_v$ . Поэтому ветви ремня испытывают также натяжение  $F_v$  от воздействия *центробежных сил*:

$$F_v = \frac{q}{g} v^2 \quad (4.3.33)$$

где  $q$  – вес ремня длиной в 1 м;

$g$  – ускорение свободного падения.

Полные натяжения ведущей  $F_1'$  и ведомой  $F_2'$  ветвей:

$$F_1' = F_1 + F_v, \quad (4.3.34)$$

$$F_2' = F_2 + F_v. \quad (4.3.35)$$

Воздействия центробежных сил особенно сказываются при скоростях свыше 10 м/с. Их величина зависят так же от способа натяжения и вида передачи, что учитывают с помощью коэффициента  $\chi$ .

#### 4.3.3.5. НАПРЯЖЕНИЯ В РЕМНЯХ

Если натяжения  $F_0$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  и окружное усилие  $F_t$  разделить на площадь поперечного сечения ремня, то получим:

напряжения от *начальных натяжений*:

$$\sigma_0 = \frac{F_0}{A}, \quad (4.3.36)$$

полезные напряжения от *окружного усилия*:

$$\sigma_t = \frac{F_t}{A} = \sigma_1 - \sigma_2, \quad (4.3.37)$$

напряжения в *ведущей* ветви:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \sigma_0 + \frac{\sigma_t}{2}, \quad (4.3.38)$$

напряжения в *ведомой* ветви:

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \sigma_0 - \frac{\sigma_t}{2}, \quad (4.3.38)$$

напряжения от *центробежных* сил:

$$\sigma_v = \frac{F_v}{A} = \frac{\rho}{g} v^2, \quad (4.3.39)$$

где  $\rho$  – плотность ремня.

Кроме того, на дугах обхвата в ремне возникают напряжения изгиба:

$$\sigma_F = \frac{E\delta}{d}, \quad (4.3.40)$$

где  $\delta$  – толщина ремня,

$d$  – диаметр шкива.

Так как модуль упругости  $E$  для материала ремней имеет неопределенное значение, то формула (4.3.40) не позволяет найти точную величину напряжений изгиба. Однако она показывает, что  $\sigma_F$  уменьшается с уменьшением толщины ремня и с увеличением диаметров шкивов. Но так как с увеличением  $d_1$  и  $d_2$

возрастают габариты передач, то следует по возможности применять более тонкие ремни, если даже для сохранения требуемой площади поперечного сечения потребуется некоторое увеличение ширины ремней. На рис. 4.3.10 изображена диаграмма распределения напряжений по длине работающего ремня.

Максимальные напряжения возникают в точке  $a$  набегания ведущей ветви ремня на ведущий шкив:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_F \quad (4.3.41)$$

Так как через точку  $a$  последовательно проходят все сечения, то при работе передачи ремни испытывают многократно повторяющиеся переменные напряжения. Поэтому ремни подвержены *усталостному* разрушению.

#### 4.3.3.6. КИНЕМАТИКА РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

При нормальных нагрузках упругое скольжение ремня  $\xi$  менее 0,02 и в *приближенных* расчетах его можно не учитывать. Поэтому для ременных передач передаточное число обычно вычисляют по формуле:

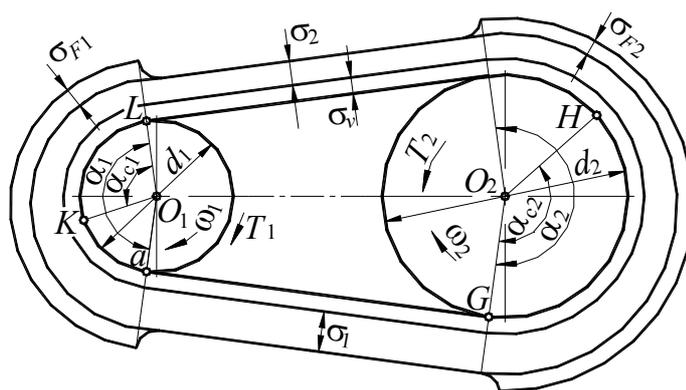


Рис. 4.3.10

$$u \approx \frac{d_2}{d_1} \quad (4.3.42)$$

При *уточненных* расчетах следует воспользоваться формулой (4.3.6).

Тогда:

$$u = \frac{d_2}{d_1(1-\xi)}. \quad (4.3.43)$$

#### 4.3.3.7. РАСЧЕТ ПЕРЕДАЧИ

Основными *критериями работоспособности* ременных передач являются *тяговая способность* и *долговечность* ремней. Кроме того, важной характеристикой качества ременной передачи служит КПД.

Следовательно, методы расчета ременных передач должны обеспечивать создание таких передач, которые при достаточно высоких КПД будут обладать требуемой долговечностью и надежным сцеплением ремней со шкивами.

В настоящее время основным методом расчета ременных передач является расчет *по тяговой способности ремней*. Расчет ремней при этом методе сводится к определению площади поперечного сечения ремня  $A$  из расчета на растяжение:

$$A \geq \frac{F_t}{\sigma_p}, \quad (4.3.44)$$

где  $A$  – площадь поперечного сечения ремня,

$F_t$  – окружное усилие,

$\sigma_p$  – допускаемые напряжения материала ремня.

Для плоских ремней:

$$A = b\delta, \quad (4.3.45)$$

где  $b$  – ширина ремня,

$\delta$  – толщина ремня.

Допускаемые напряжения и параметры ременных передач назначают таким образом, чтобы обеспечить оптимальную тяговую способность и усталостную прочность ремня:

В качестве основной характеристики тяговой способности принят коэффициент  $\varphi$  тяги, равный отношению окружного усилия  $F_t$  к сумме начальных натяжений обеих ветвей ремня  $2F_0$  или отношению полезных и начальных напряжений:

$$\varphi = \frac{F_1 - F_2}{2F_0} = \frac{F_t}{2F_0} = \frac{\sigma_t}{2\sigma_0} \quad (4.3.46)$$

Влияние полезной нагрузки на изменение коэффициента  $\varphi$  тяги и относительного скольжения  $\xi$  показывают *кривые скольжения*, полученные опытным путем для различных ремней (рис. 4.3.11). При построении кривых скольжения начальное натяжение поддерживалось постоянным ( $2F_0 = F_1 + F_2 = \text{const}$ ), а величина полезной нагрузки менялась.

Рост полезной нагрузки вызывает увеличение коэффициента тяги, но сопровождается также увеличением дуг скольжения и относительного скольжения  $\xi$ . До некоторой критической точки  $a$  относительное скольжение  $\xi$  сохраняет небольшие численные значения (1-2)% и изменяется прямо пропорционально коэффициенту тяги  $\varphi$ .

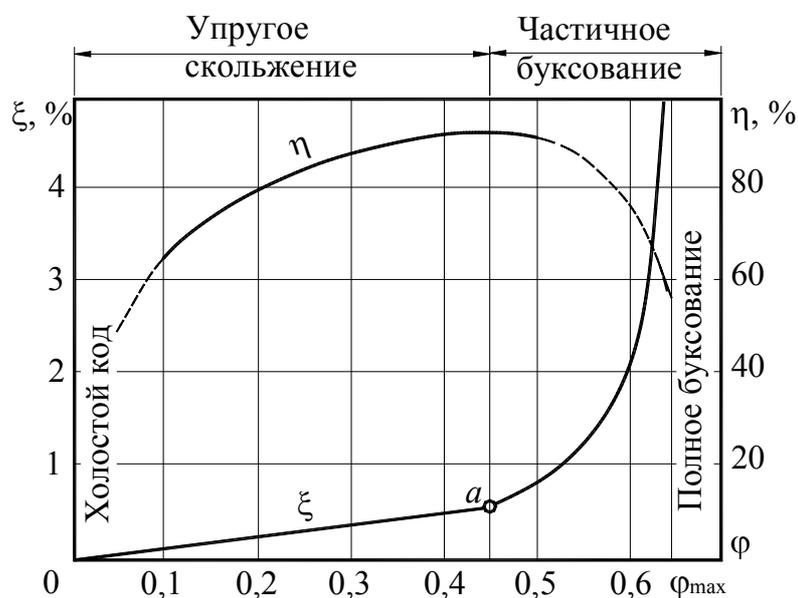


Рис. 4.3.11

При дальнейшем увеличении полезной нагрузки дуги скольжения начинают резко возрастать и может возникнуть неустойчивое сцепление ремня со шкивами. Это выражается в том, что даже незначительное увеличение полезной нагрузки способно вызвать буксование ремня. Поэтому правее точки  $a$  нарушается пропорциональность между изменениями относительного скольжения  $\xi$  и коэффициента тяги  $\varphi$ , и кривая скольжения круто поднимается вверх.

На графике, представленном на рис. 4.3.11 построена и зависимость КПД от коэффициента тяги  $\varphi$  ( $\eta = f(\varphi)$ ), из которой очевидно, что наибольшего значения КПД достигает при значениях коэффициентов тяги  $\varphi$ , приблизительно равных  $\varphi_0$ . В зоне частичного буксования КПД уменьшается ( $\eta=0$  при  $\xi=100\%$ ).

Характер кривых скольжения не зависит от материалов и размеров ремней, размеров передач и прочих факторов, влияющих на работоспособность ремней. Поэтому с помощью кривых скольжения устанавливают нормы тяговой способности для различных условий эксплуатации ременных передач.

Однако численные значения коэффициента тяги  $\varphi_0$  и допускаемых напряжений  $\sigma_p$ , а также усталостная прочность ремней зависят от схемы передачи, условий эксплуатации и других факторов (см. ниже).

Из формулы (4.3.46) по критическому значению коэффициента  $\varphi_0$  тяги можно определить полезные напряжения  $\sigma_{II}$ :

$$\sigma_{II} = 2\sigma_0\varphi_0 \quad (4.3.47)$$

Для ремней, изготовленных из различных материалов:

$$\varphi_0 = 0,4 - 0,6.$$

Допускается *кратковременная* работа ременных передач в зоне *частичного* буксования.

Способность различных ремней к *перегрузкам* характеризуется отношением:

$$\beta = \frac{\varphi_{\max}}{\varphi_0} \approx 1,15 - 1,50. \quad (4.3.48)$$

На тяговую способность и долговечность ремней оказывают большое влияние *начальные* напряжения  $\sigma_0$ .

При малых значениях  $\sigma_0$  снижается тяговая способность ремней.

При больших значениях  $\sigma_0$  ремни значительно удлиняются и быстро подвергаются усталостному разрушению.

Принимают:

для плоских стандартных ремней  $\sigma_0 = 1,8$  МПа,

для синтетических ремней  $\sigma_0 = (3-4)$  МПа.

Тяговая способность и долговечность ремней в большой степени зависят от отношения диаметра меньшего шкива передачи  $d_1$  к толщине ремня  $\delta$ . Как установлено опытами, с увеличением  $\frac{d_1}{\delta}$  при  $\sigma_0 = \text{const}$  увеличивается  $\varphi_0$  и уменьшается  $\sigma_F$ , а, следовательно, повышается долговечность ремней.

Опытным путем получена зависимость:

$$\sigma_{II} \approx a - w \frac{\delta}{d_1}, \quad (4.3.49)$$

где  $a$  и  $w$  – коэффициенты, зависящие от материала ремня и численных значений  $\sigma_0$ .

Для плоских ремней установлены рекомендуемые и допускаемые отношения  $\frac{d_1}{\delta}$ . Например, для прорезиненных ремней рекомендуемое отношение  $\frac{d_1}{\delta} = 40$ , а допускаемое  $\frac{d_1}{\delta} = 30$ .

Для обеспечения достаточной долговечности и тяговой способности ремней фактические отношения  $\frac{d_1}{\delta}$  должны быть не менее рекомендуемых, а при повышенных требованиях к компактности передач – не менее допускаемых значений.

Численные значения критического коэффициента  $\varphi_0$  тяги и полезных напряжений  $\sigma_{\Pi}$  зависят также от величины угла обхвата меньшего шкива  $\alpha_1$ , скорости ремня  $v$ , характера нагрузки и конструкции передачи. Влияние этих факторов на величину допускаемых полезных напряжений  $\sigma_{\Pi}$  учитывают с помощью корректирующих коэффициентов, полученных также опытным путем:

$$\sigma_{\Pi} = \sigma_0 C_{\alpha} C_v C_p C_{\theta} \quad (4.3.50)$$

где  $\sigma_{\Pi}$  – полезные напряжения с учетом влияния на работоспособность ремня отношения  $\frac{d_1}{\delta}$  [формула (4.3.49)];

$C_{\alpha}$  – коэффициент, учитывающий влияние угла обхвата,  
 $C_{\alpha} < 1$  при  $\alpha < 180^{\circ}$ ,

$C_v$  – коэффициент, учитывающий влияние скорости, его вводят только для передач без автоматического регулирования натяжения ремня,  
 $C_v > 1$  при  $v < 10$  м/с;  
 $C_v < 1$  при  $v > 10$  м/с);

$C_p$  – коэффициент режима и динамичности нагрузки,  
 $C_p \leq 1$ ;

$C_{\theta}$  – коэффициент, учитывающий способ натяжения ремня и расположение передачи,  
 $C_{\theta} \leq 1$ .

Указанные коэффициенты определяют по таблицам и эмпирическим формулам, приведенным в специальной литературе.

*Долговечность* ремня может быть оценена по числу изгибов за время работы до усталостного разрушения или, упрощенно, по числу пробегов ремня в секунду:

$$u = \frac{v}{L} \leq u_p, \quad (4.3.51)$$

где  $v$  – скорость ремня, м/с;

$L$  – длина ремня, м;

$u_p$  – допускаемое число пробегов ремня в секунду.

На основании опыта для плоскоремennых передач установлено:

- для обыкновенных передач  $u_p = 5$ ;
- для передач с натяжным роликом  $u_p = 3$ ;
- для быстроходных передач с текстильными ремнями  $u_p = 20$ ;
- для быстроходных передач с полиамидными ремнями  $u_p \leq 50$ .

Чтобы фактическое число пробегов ремня не превышало допускаемых значений, для обыкновенных плоскоремennых передач рекомендуется принимать:

$$a \leq 2(d_1 + d_2). \quad (4.3.52)$$

Главной задачей *проектного* расчета плоскоремennых передач является выбор типа ремня и определение размеров его поперечного сечения. Необходимо также найти все геометрические размеры передач, спроектировать шкивы, рассчитать валы и опоры.

Основной целью *проверочного* расчета является определение допускаемой мощности для передачи, размеры и условия работы которой известны. Необходимо также проверить тяговую способность и долговечность ремня. Иногда проводят проверку прочности валов, опор и другие расчеты.

#### 4.3.3.8. ОСОБЕННОСТИ КЛИНОРЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

В *клиноремennых* передачах энергия передается одним или несколькими клиновыми ремнями. Ремни контактируют с канавками шкивов боковыми поверхностями, а между внутренней поверхностью ремня и дном канавки шкива создают зазор  $\Delta$  (рис. 4.3.12).

Сцепление клиновых ремней со шкивами определяют с помощью *приведенного коэффициента трения*  $f'$  (см. раздел 1.6.2.2). Для *стандартного* угла между боковыми сторонами поперечного сечения ремней  $\alpha$  равного  $40^\circ$ :

$$f' = \frac{f}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{f}{\sin 20^\circ} \approx 3f, \quad (4.3.53)$$

где  $f$  – коэффициент трения плоского ремня со шкивом.

Существует несколько методов расчета клиноремennых передач, но общепринятым является расчет по *тяговой способности ремней*.

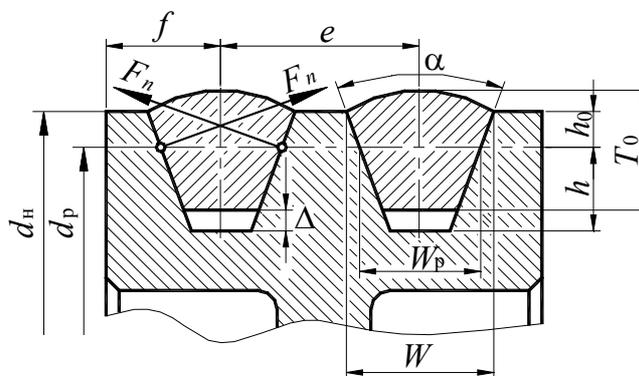


Рис. 4.3.12

В ГОСТ 1284.3-96 приведен расчет по *мощности, которая может быть передана* в заданных условиях работы одним клиновым ремнем:

$$P = P_n C_p, \quad (4.3.54)$$

где  $P_n$  – номинальная мощность, потребляемая приводом (номинальной считают нагрузку, вероятность распределения которой на стационарных режимах не превышает 80%);

$C_p$  – коэффициент динамичности нагрузки и режима работы.

Коэффициент динамичности нагрузки и режима  $C_p$  в зависимости от режима работы и типа машины принимается из интервала от 1 до 2.

Долговечность клиновых ремней резко снижается с уменьшением диаметров шкивов. Поэтому расчетный диаметр малого шкива нельзя принимать меньше тех значений, которые установлены ГОСТ 20889-88.

Клиноременные передачи, по сравнению с плоскоремennыми, имеют существенные достоинства. Большое увеличение коэффициента трения обеспечивает высокую надежность сцепления ремней со шкивами. Благодаря этому клиноременные передачи отличаются меньшим относительным скольжением, могут работать с большими нагрузками и передаточными числами при меньших начальных натяжениях ремней, давлениях на валы, углах обхвата  $\alpha_{\min}$  и межцентровых расстояниях  $a$ .

Вместе с тем эти передачи имеют специфические недостатки. Долговечность клиновых ремней ниже, чем плоских, вследствие большой толщины и значительных боковых давлений  $F_n$ . Для равномерного натяжения всех ремней, входящих в комплект, необходимы повышенная точность изготовления ремней и шкивов, а также подбор ремней по длине  $L$  и ширине сечения  $W_p$ .

#### 4.3.3.9. КПД РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

При работе ременных передач потери энергии вызываются скольжением и деформациями ремня, трением в опорах, а также сопротивлением воздуха движению ремня и шкивов.

Установлено, что КПД повышается с увеличением начальных натяжений  $F_0$ , отношения  $\frac{d_1}{\delta}$  и передаточного числа  $u$  до тех пор, пока сохраняется прямая пропорциональность между  $\xi$  и  $\varphi$  (на участке кривой скольжения  $0a$  (рис. 4.3.11)). При устойчивом сцеплении ремня со шкивами для рекомендуемых значений  $\sigma_0$ ,  $\frac{d_1}{\delta}$  и  $u$  КПД ременных передач можно принимать равным 0,95-0,96.

### 4.3.3.10. ДАВЛЕНИЯ НА ВАЛЫ

Давления на валы в ременных передачах определяют исходя из следующего:

— сумма натяжений обеих ветвей ремня в ненагруженной и работающей передаче не изменяется, т.к.:

$$2F_0 = F_1 + F_2;$$

— провисание ремня существенно не нагружает валы;

— натяжения от центробежных сил взаимно уравниваются в ремне и даже способствуют разгрузке валов.

Поэтому давления  $F_r$  на валы (рис. 4.3.13) можно вычислять по формуле:

$$F_r = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos\beta} \approx 2F_0 \sin \frac{\alpha}{2} \approx 2\sigma_0 b \delta \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (4.3.55)$$

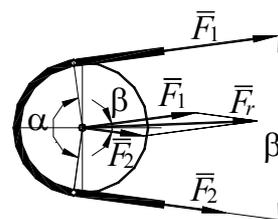


Рис. 4.3.13

### 4.3.3.11 ШКИВЫ РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ

Шкивы бывают:

точеными – при малых диаметрах;

литыми (из серого чугуна, стального литья, алюминиевых или магниевых сплавов);

штампованными;

сварными;

пластмассовыми.

Шкив (рис. 4.3.14) состоит из обода 1 и ступицы 2, которые соединяют диском 3 или спицами.

Наиболее распространены чугунные литые шкивы. При  $d \leq 280$  мм литые шкивы делают с дисками, а при  $d > 280$  мм – со спицами.

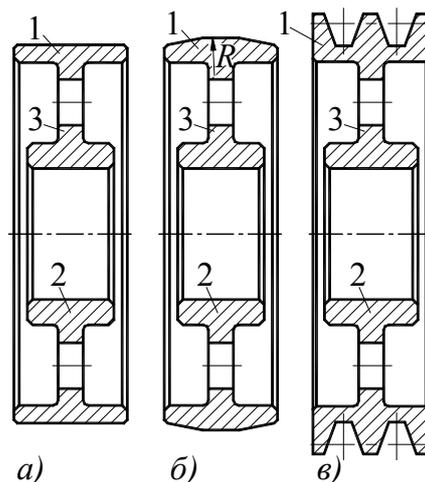


Рис. 4.3.14

Расчетные значения диаметров шкивов округляют по ГОСТ 17383-73. Рекомендуется диаметр меньшего шкива округлять в большую сторону, а диаметр большего шкива – наоборот. При необходимости выдержать точное значение передаточного отношения диаметры шкивов со стандартом не согласовывают.

В *плоскоремennых* передачах обод одного шкива (лучше – меньшего) делают выпуклым (рис. 4.3.14, б). Эта конструкция уменьшает опасность сбегания ремня в направлении образующих рабочей поверхности шкива. Выпуклость и ширину шкивов принимают по стандарту в зависимости от ширины ремня  $b$ . На поверхности обода шкивов, работаю-

щих с окружной скоростью свыше 40 м/с, должны быть проточены кольцевые канавки, облегчающие выход воздуха из-под ремня.

Шкивы в зависимости от окружной скорости должны изготавливаться из материалов, обеспечивающих их работу в условиях эксплуатации.

Каждый шкив при работе его со скоростью свыше 5 м/с должен быть статически отбалансирован.

Форма обода в поперечном сечении шкивов для *клиновых* ремней показана на рис. 4.3.12. Основные размеры шкивов назначают в соответствии с номером сечения ремня по ГОСТ 20889-88.

## 4.4. ПЕРЕДАЧИ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ С НЕПОСРЕДСТВЕННЫМ КОНТАКТОМ ЖЕСТКИХ ЗВЕНЬЕВ

### 4.4.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Зубчатые механизмы в простейшем случае представляют собой трехзвенные механизмы с высшей кинематической парой, предназначенные для сообщения от ведущего звена к ведомому непрерывного вращательного движения с заданным отношением угловых скоростей звеньев. Передача движения осуществляется через контакт боковых поверхностей специально профилированных зубьев, когда давлением зубьев ведущего вращающегося колеса на зубья ведомого колеса вызывается вращение последнего. Такие механизмы называют *зубчатыми передачами*.

Зубчатые передачи по *геометрическому* признаку разделяют на *плоские* и *пространственные*.

Если оси зубчатых колес *параллельны* (рис. 4.4.1), то движение всех точек колес происходит в *параллельных* плоскостях и механизм называют *плоским*.

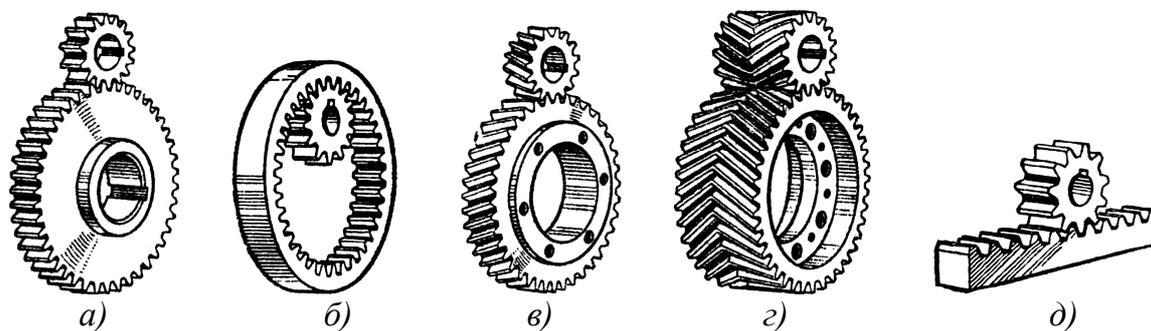


Рис. 4.4.1

Трехзвенная *плоская* зубчатая передача состоит из двух цилиндрических зубчатых колес и стойки.

Цилиндрические зубчатые колеса могут иметь *прямые* (рис. 4.4.1, а, б), *косые* (рис. 4.4.1, в) и *шевронные* (рис. 4.4.1, г) зубья. В частном случае, когда одно из колес имеет бесконечно большой диаметр, то цилиндрическая передача превращается в *реечную передачу* (рис. 4.4.1, д).

В *косозубых* цилиндрических колесах зубья располагаются по винтовым линиям *правого* (рис. 4.4.2, а) или *левого* (рис. 4.4.2, б) *направления*. *Правой* называют такую линию, точка на которой движется по часовой стрелке при удалении вдоль зуба, если смотреть на колесо со стороны его торца.

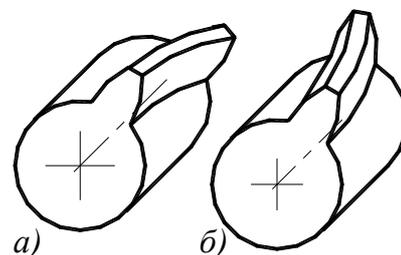


Рис. 4.4.2

В *шевронных* зубчатых колесах зубья *встречно-винтовые*, т.е. образованы из двух винтовых линий противоположного направления.

В *пространственных* зубчатых передачах оси вращения звеньев пересекаются или перекрещиваются. Наиболее распространенными пространственными зубчатыми передачами являются *конические передачи* (рис. 4.4.3).

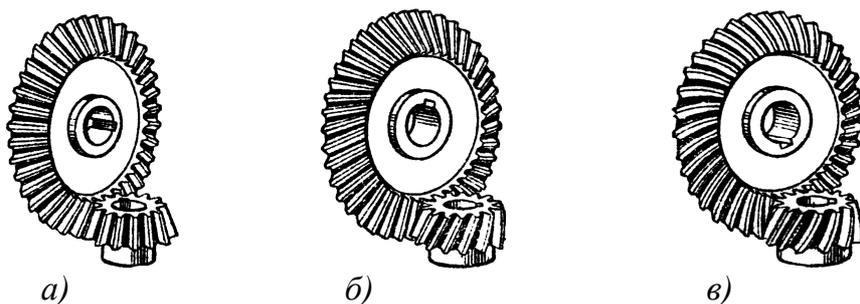


Рис. 4.4.3

Простейшая трехзвенная пространственная зубчатая передача с *пересекающимися* геометрическими осями (рис. 4.4.3, а) состоит из двух *конических* зубчатых колес (коническая передача) и стойки. Конические зубчатые колеса могут иметь *прямые* (рис. 4.4.3, а), *тангенциальные* (*косые*) (рис. 4.4.3, б), *круговые* (рис. 4.4.3, в) зубья. При применении *непрямозубых* колес повышается плавность работы, достигается бесшумная работа и увеличивается нагрузочная способность (прочность зубьев) зубчатых передач.

Меньшее зубчатое колесо называют *шестерней*. Большее колесо называют *колесом*. При *одинаковом* числе зубьев зубчатых колес передачи *шестерней* называют *входное* (ведущее) зубчатое колесо, а *колесом* — *выходное* (ведомое).

Индекс 1 — принят для величин, относящихся к *шестерне*, индекс 2 — для величин, относящихся к *колесу*.

Зубчатые передачи, в которых ведомое звено вращается медленнее ведущего, называют *редукторами*. Зубчатые передачи, в которых угловые скорости на выходе *увеличиваются*, называют *повышающими редукторами* или *мультипликаторами*.

На рис. 4.4.4, а, в приведены схемы плоской и пространственной *одноступенчатых* зубчатых передач, а на рис. 4.4.4 б, г – *двухступенчатых* зубчатых передач, у которых, кроме одной пары зубчатых колес 1-2, находящихся в зацеплении и осуществляющих передачу вращения от входного вала к *выходному* имеется вторая пара зубчатых колес 2'-3, осуществляющих передачу вращения от промежуточного вала к *выходному* валу. В машиностроительной практике встречаются многоступенчатые передачи различного вида (трехступенчатые, четырехступенчатые и более).

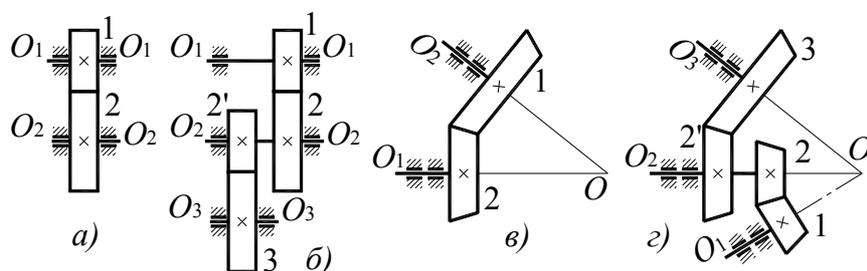


Рис. 4.4.4

## 4.4.2. ПЛОСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 4.4.2.1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Структура простой зубчатой передачи (рис. 4.4.5) характеризуется наличием двух звеньев в виде цилиндрических зубчатых колес с вращательными кинематическими парами  $O-1$  и  $O-2$ , связанными со стойкой  $O$  и высшей парой 1-2, в которой происходит контакт профилей двух зубьев, то есть подобная передача представляет собой *трехзвенную замкнутую кинематическую цепь*. Поэтому *основная теорема зацепления* о связи скоростей звеньев, образующих высшую пару, ранее изложенная для общего случая (см. раздел 4.2), справедлива для зубчатой передачи в следующей формулировке:

*общая нормаль к профилям зубчатых колес, проведенная в точке их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям зубчатых колес.*

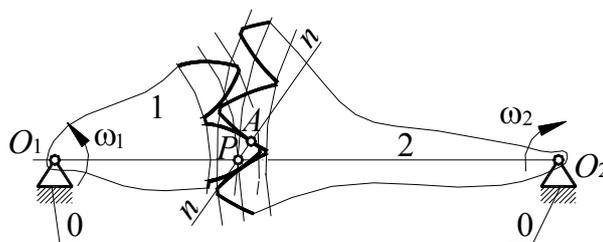


Рис. 4.4.5

Точка пересечения межцентрового расстояния и общей нормали к профилям называется *полюсом зацепления  $P$* .

Для *постоянства передаточного отношения* за период зацепления профилей двух зубьев при передаче вращательного движения, необходимо, чтобы *нормаль к профилям зубьев в точке их касания, проведенная в любом положении соприкасающихся профилей, проходила через одну и ту же точку на линии центров двух колес* (рис. 4.4.5) и делила *линию центров в неизменном отношении*, то есть *полюс зацепления  $P$*  не должен менять своего положения на межцентральной линии.

В этом движении профили зубчатых колес, удовлетворяющие теореме зацепления, должны быть *взаимно огибающими*. Такие профили называют *сопряженными*.

#### 4.4.2.2. ЛИНИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Если точки последовательного касания профилей, построенные для различных положений зубчатой пары, соединить плавной кривой, получим *линию зацепления* (рис. 4.4.6), то есть *линией зацепления* называется *геометрическое место точек последовательного соприкосновения пары зубчатых профилей, принадлежащее неподвижной плоскости*.

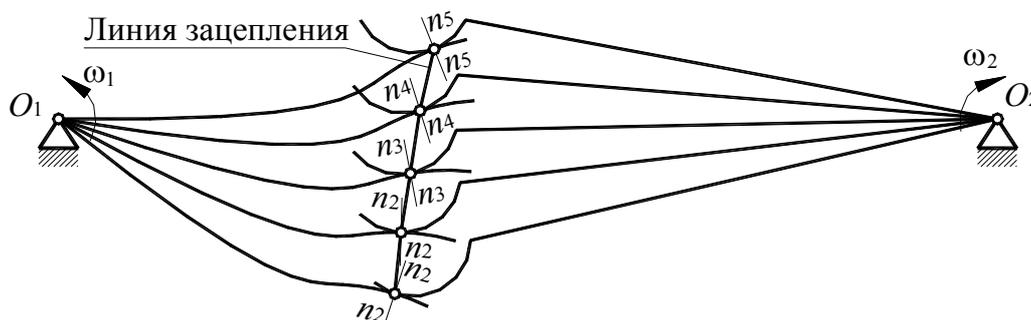


Рис. 4.4.6

Задаваясь характером линии зацепления и основываясь на приведенной ранее основной теореме зацепления, можно построить *сопряженные*, то есть удовлетворяющие условиям основной теоремы зацепления, профили зубчатых колес.

Выбираемый характер линии зацепления определяет собой геометрические формы сопряженных зубчатых профилей.

Если линия зацепления – прямая, проходящая через полюс зацепления  $P$ , то профили зубчатых колес получаются *эвольвентными*.

### 4.4.2.3. ЭВОЛЬВЕНТА. ЭВОЛЮТА. ЭВОЛЬВЕНТНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Эвольвентой (разверткой) окружности называется плоская кривая  $A_0A$  (рис. 4.4.7), описываемая любой точкой прямой  $nn$ , катящейся без скольжения по данной окружности.

Линию  $nn$ , представляющую собой подвижную CENTROИДУ, называют *производящей прямой*, а окружность радиуса  $r_b$ , по которой она перекачивается, – *эволютой* или *основной окружностью*, являющейся *неподвижной CENTROИДОЙ*.

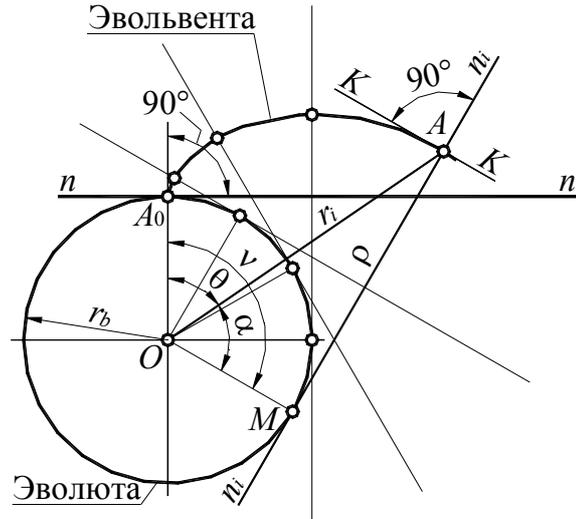


Рис. 4.4.7

Начальная точка эвольвенты  $A_0$ , лежащая на основной окружности, называется *начальной точкой заострения* или *точкой возврата*.

Из условия образования эвольвенты мгновенный центр вращения производящей прямой в положении  $n_i n_i$  совпадает с точкой  $M$ , поэтому точка  $M$  является центром кривизны, а отрезок  $AM = \rho$  – радиусом кривизны эвольвенты в точке  $A$ . Отсюда следует, что производящая прямая в каждом своем положении является *нормалью* к образуемой ей эвольвенте, а эволюта является *геометрическим местом центров кривизн эвольвенты*.

Рассмотрим параметры эвольвенты и установим зависимости между ними.

Угол развернутости эвольвенты между нормальми к эвольвенте в ее предельной, принадлежащей основной окружности, и рассматриваемой точках:

$$v = \sphericalangle A_0OM = \frac{\widehat{A_0M}}{r_b}.$$

Учитывая, что  $\widehat{A_0M} = AM$ , так как прямая перекачивается по окружности *без скольжения*, а  $AM = r_b \operatorname{tg} \alpha$ , получаем:

$$v = \operatorname{tg} \alpha, \tag{4.4.1}$$

где  $\alpha$  – *профильный угол эвольвенты*, т.е. угол между текущим радиус-вектором  $OA$  и касательной  $KK$  к эвольвенте в точке  $A$ , равный углу между радиус-вектором  $OA$  и радиусом  $OM$  основной окружности, проведенным в точку  $M$  касания производящей прямой.

Радиус кривизны эвольвенты:

$$\rho = AM = r_b \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.4.2)$$

Текущий радиус-вектор точки эвольвенты:

$$r_i = OA = \frac{r_b}{\cos \alpha}. \quad (4.4.3)$$

Полярный угол эвольвенты, или эвольвентный угол, определяющий направление текущего радиус-вектора:

$$\theta = \nu - \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha. \quad (4.4.4)$$

Полученную функцию угла  $\alpha$  называют *эвольвентной функцией*, или *инволютой*, и используют ее при геометрическом расчете эвольвентных профилей. Значения  $\operatorname{inv} \alpha$  в табличной форме приведены в специальной литературе.

Уравнения (4.4.2) и (4.4.3) являются *параметрическими уравнениями эвольвенты в полярных координатах*.

Из образования эвольвенты (рис. 4.4.7) следует, что она не может существовать внутри основной окружности и имеет две ветви (например, правую  $A_0A_4$  и левую  $A_0A'_4$ ), в зависимости от того, в какую сторону перекачивается производящая прямая (рис. 4.4.8).

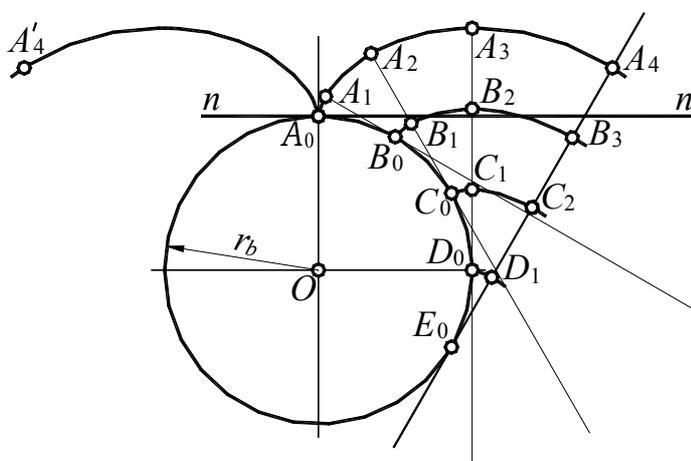


Рис. 4.4.8

Две одноименные (правые или левые) эвольвенты – являются *экви-дистантными кривыми*, то есть расстояние между ними, измеренное по любой общей нормали, одинаково и равно спрямленной дуге между началами эвольвент:

$$\overline{A_0B_0} = A_1B_0 = A_2B_1 = A_3B_2 = A_4B_3,$$

$$\overline{B_0C_0} = B_1C_0 = B_2C_1 = B_3C_2,$$

$$\overline{C_0D_0} = C_1D_0 = C_2D_1,$$

$$\overline{D_0E_0} = D_1E_0.$$

Рассмотрим теперь зацепление двух эвольвентных профилей (рис. 4.4.9).

Пусть две эвольвенты  $EF$  и  $GH$ , построенные на основных окружностях радиусов  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$  введены в зацепление, при этом центры окруж-

ностей заняли положения  $O_1$  и  $O_2$ , а эвольвенты коснулись друг друга в некоторой произвольной точке  $C$ .

Из свойств эвольвенты вытекает, что нормаль  $M_1C$  к профилю  $EF$  в точке касания  $C$  должна быть касательной к основной окружности радиуса  $r_{b1}$ , а нормаль  $M_2C$  к профилю  $GH$  – касательной к основной окружности радиуса  $r_{b2}$ . Так как в точке касания двух кривых можно провести только одну общую нормаль, то отрезки  $M_1C$  и  $M_2C$  являются участками этой общей нормали  $nn$ , которая, следовательно, одновременно касается обеих основных окружностей.

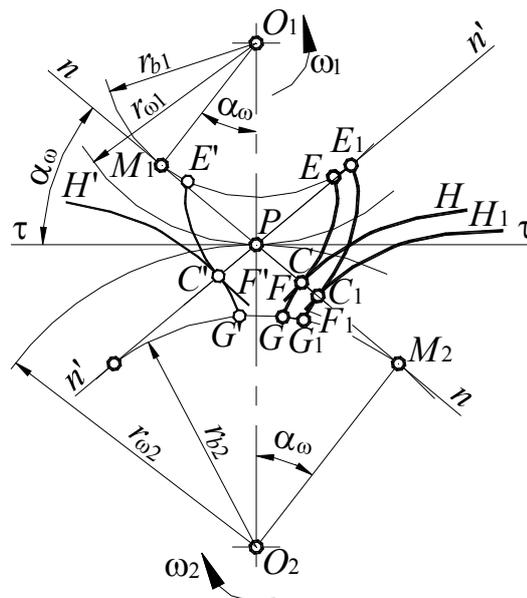


Рис. 4.4.9

При повороте ведущего профиля  $EF$  вокруг центра  $O_1$  ведомый профиль  $GH$  будет поворачиваться вокруг центра  $O_2$ , а точка контакта профилей – перемещаться. Если профили заняли, например, положения  $E_1F_1$  и  $G_1H_1$ , то общая нормаль к ним, проведенная через точку их контакта  $C_1$ , будет по-прежнему касательной к обеим основным окружностям. Следовательно, в любом положении двух контактирующих эвольвент их общая нормаль занимает неизменное положение в пространстве. Постоянное положение общей нормали  $nn$  обеспечивает и постоянное положение полюса зацепления  $P$  на линии центров  $O_1O_2$ . При этом, в соответствии с основным законом зацепления, передаточное отношение  $i_{12}$  от профиля  $EF$  к профилю  $GH$ , равно:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{O_2P}{O_1P} = -\frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}},$$

при вращении эвольвентных профилей остается постоянным.

Таким образом, эвольвентное зацепление обеспечивает постоянство передаточного отношения, т.е. является кинематически точным.

Из сказанного также следует, что при зацеплении эвольвентных профилей точка их контакта перемещается по нормали  $nn$  в пределах участка  $M_1M_2$ . Поэтому отрезок  $M_1M_2$  являющийся геометрическим местом точек касания зацепляющихся эвольвентных профилей, носит название *линии зацепления*. Прямая линия зацепления характерна только для эвольвентного зацепления.

Острый угол  $\alpha_\omega$  между общей нормалью  $nn$  и прямой  $\tau\tau$ , перпендикулярной к линии центров  $O_1O_2$ , называют *углом зацепления*. Для эвольвентного зацепления он постоянен.

Давление одного эвольвентного профиля на другой, передаваемое по общей нормали, сохраняет постоянное направление в пространстве в течение всего периода зацепления. Это является одним из достоинств эвольвентного зацепления.

При изменении направления вращения звеньев движение будет передаваться другими, симметричными к предыдущим, эвольвентными профилями ( $E'F'$  и  $G'H'$ ), а линия зацепления займет иное положение. Однако новая линия зацепления будет по-прежнему касательной к тем же основным окружностям, поэтому полюс зацепления останется на прежнем месте, сохранится и величина передаточного отношения.

Из рис. 4.4.9:

$$\begin{aligned} r_{b1} &= r_{\omega1} \cos \alpha_\omega, \\ r_{b2} &= r_{\omega2} \cos \alpha_\omega, \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

откуда, учитывая выражение (4.2.3), получим:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \mp \frac{r_{\omega2}}{r_{\omega1}} = \mp \frac{r_{\omega2} \cos \alpha_\omega}{r_{\omega1} \cos \alpha_\omega} = \mp \frac{r_{b2}}{r_{b1}}, \quad (4.4.6)$$

т.е. *передаточное отношение  $i_{12}$  эвольвентных профилей зависит только от радиусов основных окружностей и не зависит ни от угла зацепления, ни от межцентрового расстояния*. Поэтому погрешность межцентрового расстояния, всегда возникающая при изготовлении и сборке механизмов, не влияет на кинематическую точность эвольвентного зацепления, так как при этом не меняются значения радиусов основных окружностей. По этой причине круглые зубчатые колеса, с эвольвентными профилями зубьев получили наибольшее распространение.

Из рис. 4.4.9 следует, что зацеплении эвольвентных профилей последние являются *взаимооггибаемыми кривыми*. Тогда, эвольвенту второго сопряженного звена можно рассматривать как огибающую семейства эвольвент первого звена при их согласованном движении.

Эвольвента, как *огibaющая семейства эвольвент*, изображена на рис. 4.4.10.

Если по неподвижной окружности 2 катить без скольжения окружность 1 радиуса  $r_{\omega1}$ , с которой связана эвольвента  $\mathcal{E}_1$  окружности радиуса  $r_{b1}$ , то огибающей семейства эвольвент  $\mathcal{E}_1$  будет эвольвента  $\mathcal{E}_2$ , полученная разверткой окружности радиуса  $r_{b2}$ . Величины радиусов  $r_b$  связаны с радиусами  $r_\omega$  формулами (4.4.5).

В частном случае, когда радиус  $r_{\omega 1}$  (следовательно, и  $r_{b1}$ ) равен бесконечности, эвольвента  $\mathcal{E}_1$  вырождается в прямую, а зуб становится трапецеидальным с углом при вершине трапеции, равным  $\alpha_{\omega}$  (рис. 5.5.11).

Такое зубчатое звено называется *зубчатой рейкой* (рис. 4.4.1, д).

Картина получения огибающих боковых профилей рейки представлена на рис. 4.4.12.

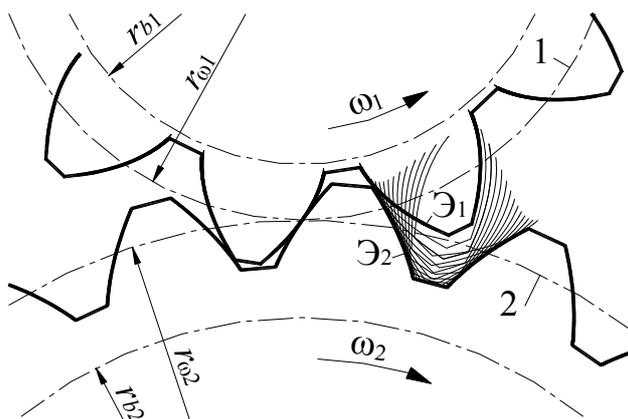


Рис. 4.4.10

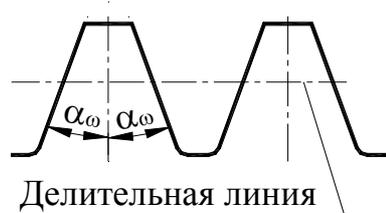


Рис. 4.4.11

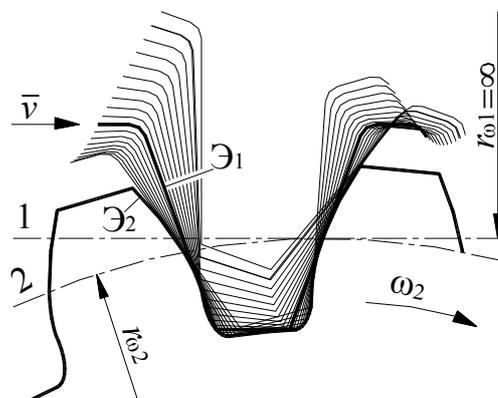


Рис. 4.4.12

#### 4.4.2.4. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПРЯМОЗУБЫЕ ПЕРЕДАЧИ С КРУГЛЫМИ КОЛЕСАМИ

##### 4.4.2.4.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Зубчатая передача представляет собой трехзвенный механизм, каждое из двух подвижных зубчатых звеньев которого образует с неподвижным звеном *вращательную* (передача с круглыми колесами, рис. 4.4.13, а, б) или *поступательную* (реечная передача, рис. 4.4.13, в) *кинематическую пару*. Для передачи движения на подвижных звеньях формируют *зубья* (рис. 4.4.13). Если боковые поверхности зубьев колес параллельны осям колес, то такие *цилиндрические* передачи называют *прямозубыми*.

Меньшее зубчатое колесо обычно называют *шестерней*, большее – *колесом*. В приборостроении меньшее зубчатое колесо называют *трибом* или *трибкой*.

В соответствии с *основным законом зацепления* (см. разделы 4.2 и 4.4.2.3) *центроидами* в *относительном* движении зубчатых колес при *постоянном* передаточном отношении ( $i_{12} = \text{const}$ ) должны быть окружности, радиусы которых  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$  равны расстояниям от центров колес  $O_1$  и  $O_2$  до полюса зацепления  $P$ :

$$r_{\omega 1} = O_1 P,$$

$$r_{\omega 2} = O_2 P.$$

В теории зацепления эти окружности называют *начальными*. Они *перекатываются* одна по другой *без скольжения*.

Со стороны тела зубчатого колеса зубья ограничиваются *окружностью впадин* диаметра  $d_f$ , с наружной стороны – *окружностью вершин* диаметра  $d_a$ .

*Впадиной* называют пространство между двумя соседними зубьями, ограниченное окружностями вершин и впадин.

Если окружность вершин находится снаружи окружности впадин, то получается зубчатое колесо с *внешними* зубьями (рис. 4.4.13, *а* – звенья 1 и 2, рис. 4.4.13, *б, в* – звено 1); у зубчатого колеса с *внутренними* зубьями окружность вершин находится внутри окружности впадин (рис. 4.4.13, *б* – звено 2).

Зубчатое зацепление, в котором центроиды (начальные окружности) зубчатых колес расположены одна вне другой, называют *внешним* (рис. 4.4.13, *а*, 4.4.14). В этом случае *оба* зубчатых колеса имеют *внешние* зубья.

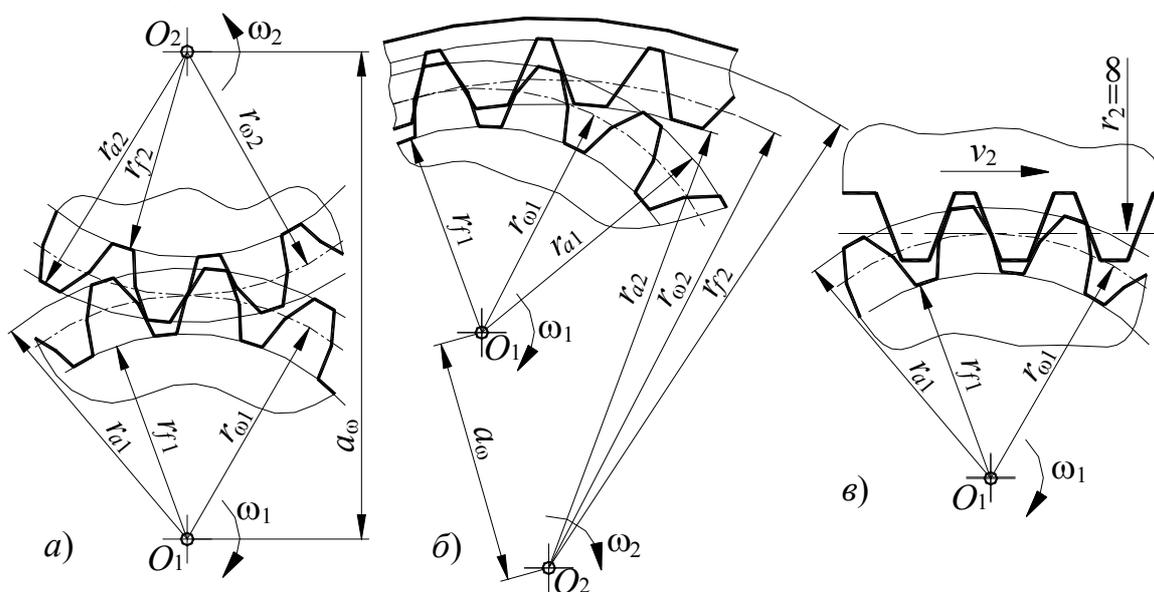


Рис. 4.4.13

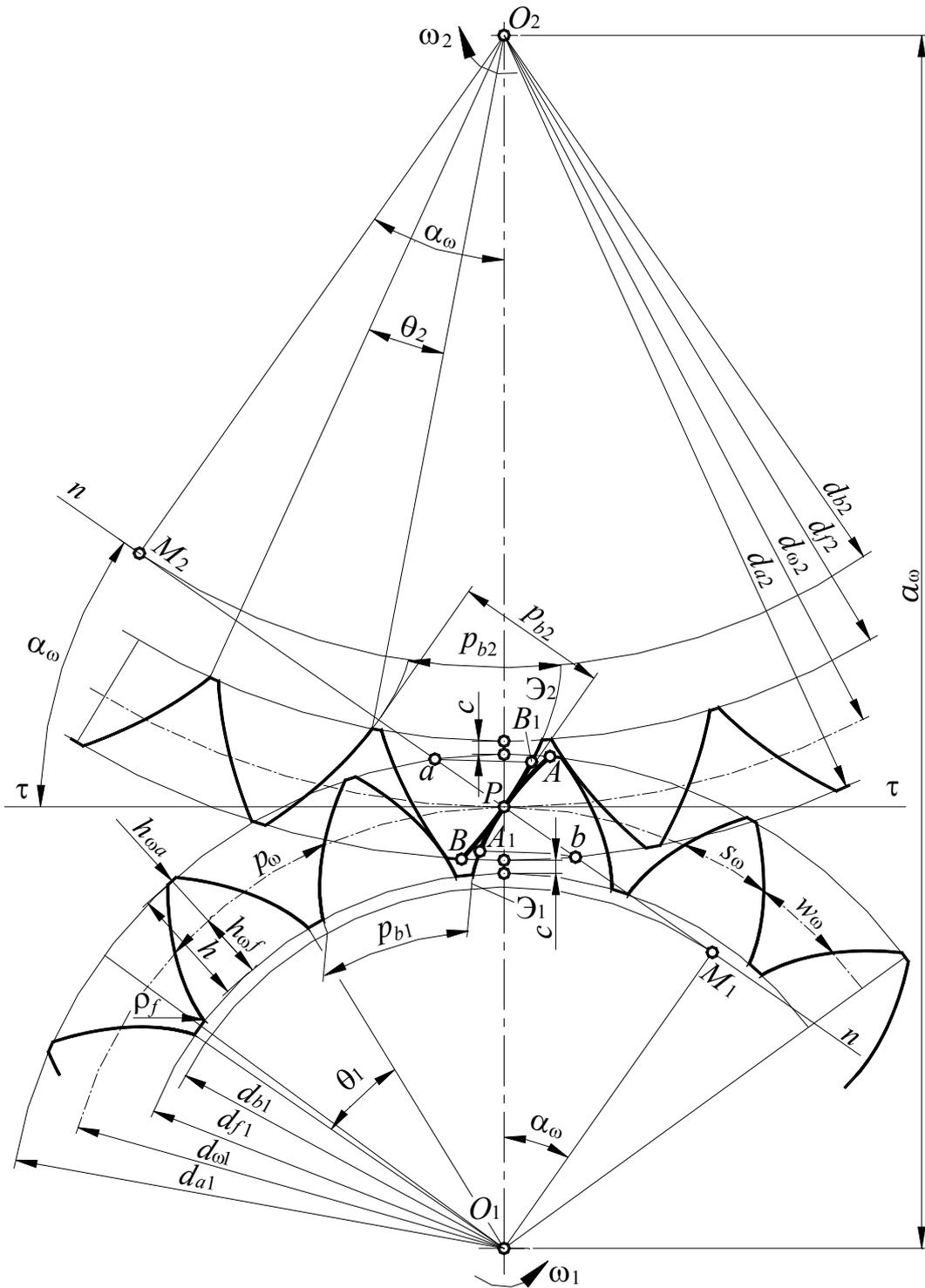


Рис. 4.4.14

Зубчатое зацепление, в котором *центроида шестерни* находится *внутри центроида колеса* называется *внутренним*. В этом случае *шестерня* имеет *внешние зубья*, а *колесо* – *внутренние зубья* (рис. 4.4.13, б).

Если одно из зубчатых звеньев имеет *бесконечно большой радиус начальной окружности*, то его называют *зубчатой рейкой*, а его зацепление с шестерней – *реечным зацеплением* (рис. 4.4.13, в).

*Межосевое расстояние* зубчатой передачи можно выразить через диаметры или радиусы начальных окружностей:

$$a_{\omega} = r_{\omega 2} \pm r_{\omega 1} = \frac{d_{\omega 2} \pm d_{\omega 1}}{2} = \frac{d_{\omega 1} (u \pm 1)}{2} \quad (4.4.7)$$

где знак «+» относится к внешнему зацеплению,  
знак «-» относится к внутреннему зацеплению,  
 $u$  – передаточное число:

$$u = \frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.4.8)$$

Часть зуба, расположенная между начальной окружностью и окружностью вершин, называют *начальной головкой* зуба.

Размер начальной головки, измеренный в *радиальном* направлении колеса, называется *высотой начальной головки*  $h_{\omega a}$  (рис. 4.4.14, 4.4.15).

Часть зуба, заключенная между начальной окружностью и окружностью впадин, называют *начальной ножкой* зуба.

Размер начальной ножки, измеренный в *радиальном* направлении колеса называется *высотой начальной ножки*  $h_{\omega f}$  (рис. 4.4.14, 4.4.15).

Полная *высота* зуба равна сумме головки и ножки:

$$h = h_{\omega a} + h_{\omega f}. \quad (4.4.9)$$

Очевидно, что:

для *внешнего* зацепления (рис. 4.4.14):

$$d_a = d_{\omega} + 2h_{\omega a}, \quad (4.4.10)$$

$$d_f = d_{\omega} + 2h_{\omega f}; \quad (4.4.11)$$

для *внутреннего* зацепления (рис. 4.4.15):

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{\omega a}, \quad (4.4.12)$$

$$d_{a2} = d_{\omega 2} - 2h_{\omega a}, \quad (4.4.13)$$

$$d_{f1} = d_{\omega 1} - 2h_{\omega f}, \quad (4.4.14)$$

$$d_{f2} = d_{\omega 2} + 2h_{\omega f}. \quad (4.4.15)$$

Наименьшее расстояние  $s$  между окружностью вершин одного зубчатого колеса и окружностью впадин другого носит название *радиального зазора* зубчатой передачи (рис. 4.4.14, 4.4.15).

В подавляющем большинстве случаев высоту начальной головки зуба шестерни принимают равной начальной высоте головки зуба сопряженного с ней колеса, а высоту начальной ножки зуба шестерни – равной начальной высоте ножки зуба сопряженного с ней колеса.

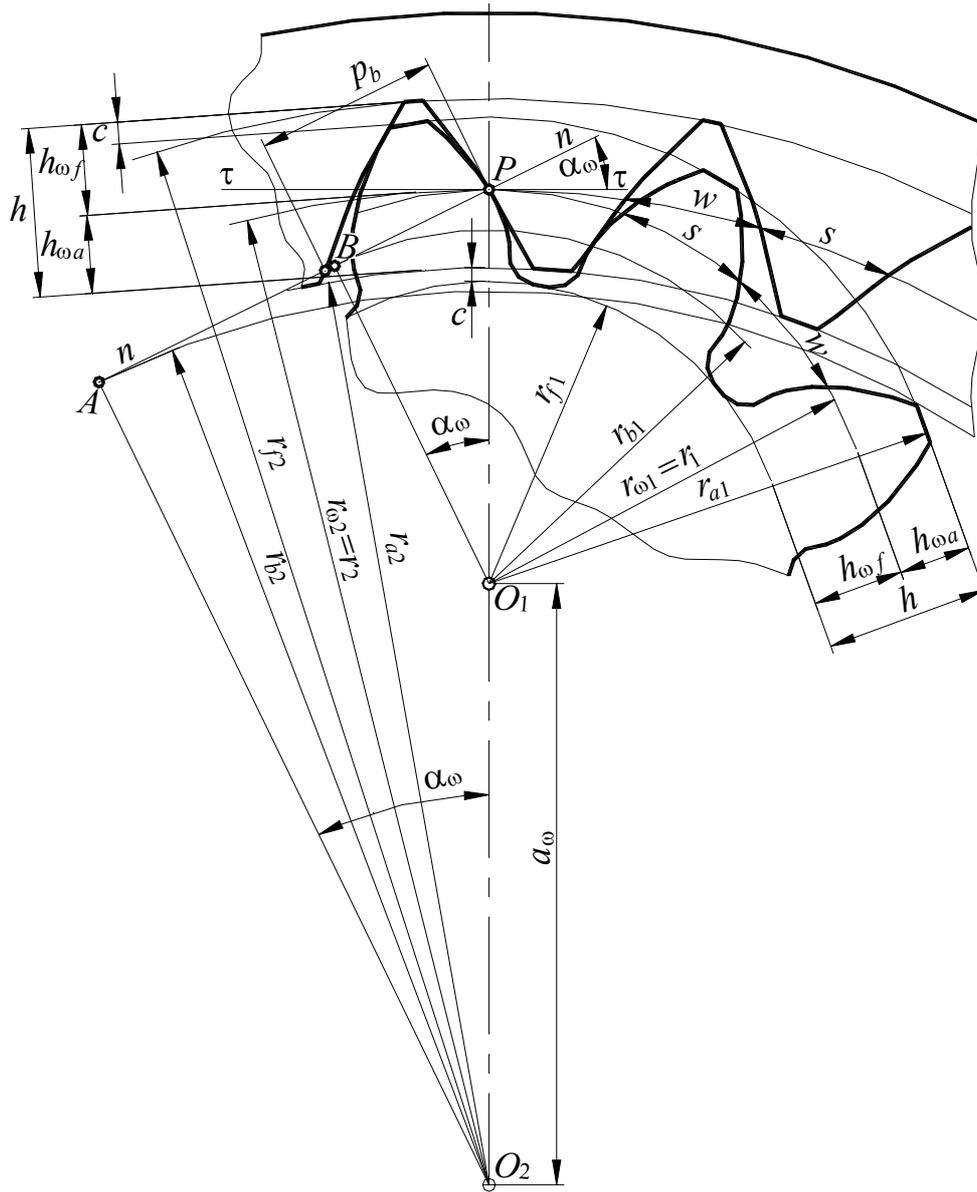


Рис. 4.4.15

В этом случае:

$$h_{\omega a1} = h_{\omega a2} = h_{\omega a}, \quad (4.4.16)$$

$$h_{\omega f1} = h_{\omega f2} = h_{\omega f}. \quad (4.4.17)$$

Из рис. 4.4.14, 4.4.15 очевидно, что:

$$c = h_{\omega f} - h_{\omega a}. \quad (4.4.18)$$

Расстояние, измеренное по дуге какой-либо окружности между профилями одного и того же зуба называется *окружной толщиной зуба* по этой окружности  $s$ .

Окружную толщину зуба по *начальной* окружности  $s_{\omega}$  называют *начальной окружной толщиной* зуба.

Расстояние, измеренное по дуге какой-либо окружности между ближайшими профилями соседних зубьев называется *окружной шириной впадины* по этой окружности  $w$ .

Окружную ширину впадины по *начальной* окружности  $w_\omega$  называют *начальной* окружной шириной впадины.

Расстояние  $p$  между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге какой-либо окружности, называют *окружным шагом зубьев* по этой окружности.

Окружной шаг по *начальной* окружности  $p_\omega$  называют *начальным* окружным шагом.

*Начальный* окружной шаг зубьев  $p_\omega$ , измеряемый по *начальной* окружности, равен сумме *начальной* окружной толщины зуба  $s_\omega$  и *начальной* окружной ширины впадины  $w_\omega$ :

$$p_\omega = s_\omega + w_\omega. \quad (4.4.19)$$

Для непрерывной передачи движения *начальный* окружной шаг зубьев должен быть одинаков у обоих колес.

Окружность  $d$ , по которой окружная толщина зуба  $s_\omega$  равна окружной ширине впадины  $w_\omega$  (без учета зазоров), называется *делительной* окружностью.

*Делительная* окружность является базовой для определения геометрических параметров колеса.

Для любых концентрических  $i$ -х окружностей зубчатого колеса справедливо равенство:

$$\pi d_i = z p_i \quad (4.4.20)$$

где  $z$  – число зубьев колеса;

$p_i$  – окружной шаг зубьев, измеренный по окружности диаметра  $d_i$ .

Из формулы (4.4.20):

$$d_{1i} = \frac{p_i}{\pi} z_1, \quad (4.4.21)$$

$$d_{2i} = \frac{p_i}{\pi} z_2 \quad (4.4.22)$$

Линейная величина  $m_i$ , в  $\pi$  раз меньшая окружного шага зубьев  $p_i$  называется *окружным модулем* зубьев по  $i$ -ой окружности:

$$m_i = \frac{p_i}{\pi}. \quad (4.4.23)$$

Окружной модуль, так же как и окружной шаг, имеет разные значения для различных концентрических окружностей зубчатого колеса, поэтому различают *начальный*, *основной* *окружной* и другие модули.

*Делительный модуль* зубьев  $m$ , или просто *модуль*, – это основной параметр, используемый для расчета размеров зубчатого колеса с данным числом зубьев.

В этом случае:

$$d_1 = \frac{p}{\pi} z_1 = m z_1, \quad (4.4.24)$$

$$d_2 = \frac{p}{\pi} z_2 = m z_2 \quad (4.4.25)$$

где  $d_1$  – диаметр *делительной* окружности шестерни;

$d_2$  – диаметр *делительной* окружности колеса.

Применим формулу (4.4.20) для *начальных* окружностей:

$$\pi d_{\omega 1} = z_1 p_{\omega}, \quad (4.4.26)$$

$$\pi d_{\omega 2} = z_2 p_{\omega}, \quad (4.4.27)$$

откуда, с учетом (4.4.8):

$$\frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}} = \frac{z_2}{z_1} = u. \quad (4.4.28)$$

Из формулы (4.4.7) с учетом (4.4.28) очевидно:

$$d_{\omega 1} = \frac{2a_{\omega}}{u \pm 1} = \frac{2a_{\omega} z_1}{z_2 \pm z_1}, \quad (4.4.29)$$

$$d_{\omega 2} = \frac{2a_{\omega} u}{u \pm 1} = \frac{2a_{\omega} z_1}{z_2 \pm z_1}. \quad (4.4.30)$$

Понятие *начальных* окружностей является *кинематическим* и связано с *зацеплением* двух зубчатых колес, в то время как понятие *делительной* окружности относится к *отдельно взятому* зубчатому колесу.

В *немодифицированном* зацеплении *делительные* окружности *совпадают* с *начальными*:

$$d = d_{\omega}. \quad (4.4.31)$$

*Центральный угол*  $\theta$  окружности зубчатого колеса, соответствующий *шагу зацепления*, называется *угловым шагом*:

$$\theta_1 = \frac{2\pi}{z_1}, \quad (4.4.32)$$

$$\theta_2 = \frac{2\pi}{z_2}. \quad (4.4.33)$$

При проектных расчетах используют *относительные* величины для выражения параметров передачи через модуль:

$h_a^*$  – коэффициент высоты головки;

$c^*$  – коэффициент радиального зазора.

Тогда:

радиальный зазор:

$$c = c^* m. \quad (4.4.34)$$

высота делительной головки зуба:

$$h_a = h_a^* m, \quad (4.4.35)$$

высота делительной ножки зуба:

$$h_f = h_a + c = (h_a^* + c^*) m, \quad (4.4.36)$$

высота зуба:

$$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m. \quad (4.4.37)$$

диаметр окружности вершин:

$$d_a = d \pm 2h_a = m(z \pm 2h_a^*), \quad (4.4.38)$$

диаметр окружности впадин:

$$d_f = d \mp 2h_f = m(z \mp 2h_a^* \mp 2c^*), \quad (4.4.39)$$

В формулах (4.4.38), (4.4.39):

знак «+» относится к внешнему зацеплению,

знак «-» относится к внутреннему зацеплению.

Для цилиндрических эвольвентных передач приняты следующие стандартные величины:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } m > 1 \text{ мм:} \quad h_a^* = 1, \quad c^* = 0,25; \\ \text{при } 0,5 < m \leq 1 \text{ мм:} \quad h_a^* = 1, \quad c^* = 0,35; \\ \text{при } 0,1 < m \leq 0,5 \text{ мм:} \quad h_a^* = 1, \quad c^* = 0,50. \end{array} \right\} \quad (4.4.40)$$

Так как высота зуба зубчатого колеса ограничена окружностями вершин ( $d_a$ ) и впадин ( $d_f$ ), то в качестве бокового профиля зуба используется не вся эвольвента и геометрическим местом касания профилей будет не вся длина линии зацепления  $M_1M_2$  (рис. 4.4.14).

Точка  $A$  вершины зуба колеса 1 при вращении этого колеса вокруг центра  $O_1$  будет двигаться по окружности вершин диаметра  $d_{a1}$ , и попадет на линию зацепления в точке  $a$ . На участке  $aM_2$  зуб колеса 1 участвовать в зацеплении не может.

Аналогично, точка  $B$  вершины зуба второго колеса входит в контакт с соответствующей точкой на ножке зуба первого колеса в точке  $b$  на линии зацепления (в точке пересечения линии зацепления и окружности вершин второго колеса).

Следовательно, зацепление спроектированных профилей происходит на участке  $ab$ . Участок  $ab$  называют активной линией зацепления.

Часть профиля зуба, по которой происходит взаимодействие с профилем зуба парного зубчатого колеса, называют *активным профилем*.

Для определения активного профиля зуба колеса 1 необходимо найти точку  $A_1$  на этом профиле, сопряженную с точкой  $B$  вершины зуба второго колеса, т.е. входящую с ней в контакт на линии зацепления в точке  $b$ . Очевидно, траекторией искомой точки является окружность радиуса  $O_1b$ , а сама точка  $A_1$  лежит на пересечении этой окружности с профилем  $\mathcal{E}_1$ . Участок  $AA_1$  и будет активным профилем зуба первого колеса.

Точка  $B_1$  пересечения окружности радиуса  $O_2a$  с профилем  $\mathcal{E}_2$  ограничит активный профиль  $BB_1$  зуба второго колеса.

Участок  $PA_1$  профиля  $\mathcal{E}_1$  взаимодействует с участком  $PB$  профиля  $\mathcal{E}_2$ . Длины этих участков не равны между собой. Это показывает, что профили зубьев перекатываются друг по другу со *скольжением*. Скольжение профилей, а, следовательно, и их износ тем больше, чем дальше точка зацепления находится от полюса  $P$ .

Расстояние  $r_b$  между одноименными боковыми поверхностями соседних зубьев (рис. 4.4.14), измеренное по основной окружности, называют *шагом эвольвентного зацепления*.

В соответствии со свойствами эвольвенты (прямая перекатывается по эволюте без скольжения – см. раздел 4.4.2.3) шаг эвольвентного зацепления можно замерять *по линии зацепления* (рис. 4.4.16). Тогда шаг зацепления равен основному окружному шагу и через шаг по делительной окружности  $p$  выражается, как:

$$r_b = p \cos \alpha, \quad (4.4.41)$$

а основной модуль равен:

$$m_b = m \cos \alpha \quad (4.4.42)$$

Рассмотрим два положения профиля зуба – в начале и в конце зацепления одной пары зубьев (рис. 4.4.16).

Угол  $\varphi_\alpha$  поворота колеса передачи от положения входа зуба в зацепление до выхода его из зацепления называют *углом перекрытия* зубчатого колеса передачи. Этот угол для *ведущего* колеса обозначен как  $\varphi_{\alpha 1}$ .

Для нормальной плавной работы передачи необходимо, чтобы последующая пара зубьев входила в зацепление (в точке  $b$  на рис. 4.4.16) до того, как предыдущая пара выйдет из зацепления (в точке  $a$ ). Если это условие не будет выполнено, то после выхода из зацепления пары зубьев передача вращения ведомому колесу прекратится, оно замедлит свое вращение, и следующая пара войдет в зацепление с ударом.

*Непрерывность зацепления* обеспечивается в том случае, когда *угол перекрытия* больше *углового шага* зубьев.

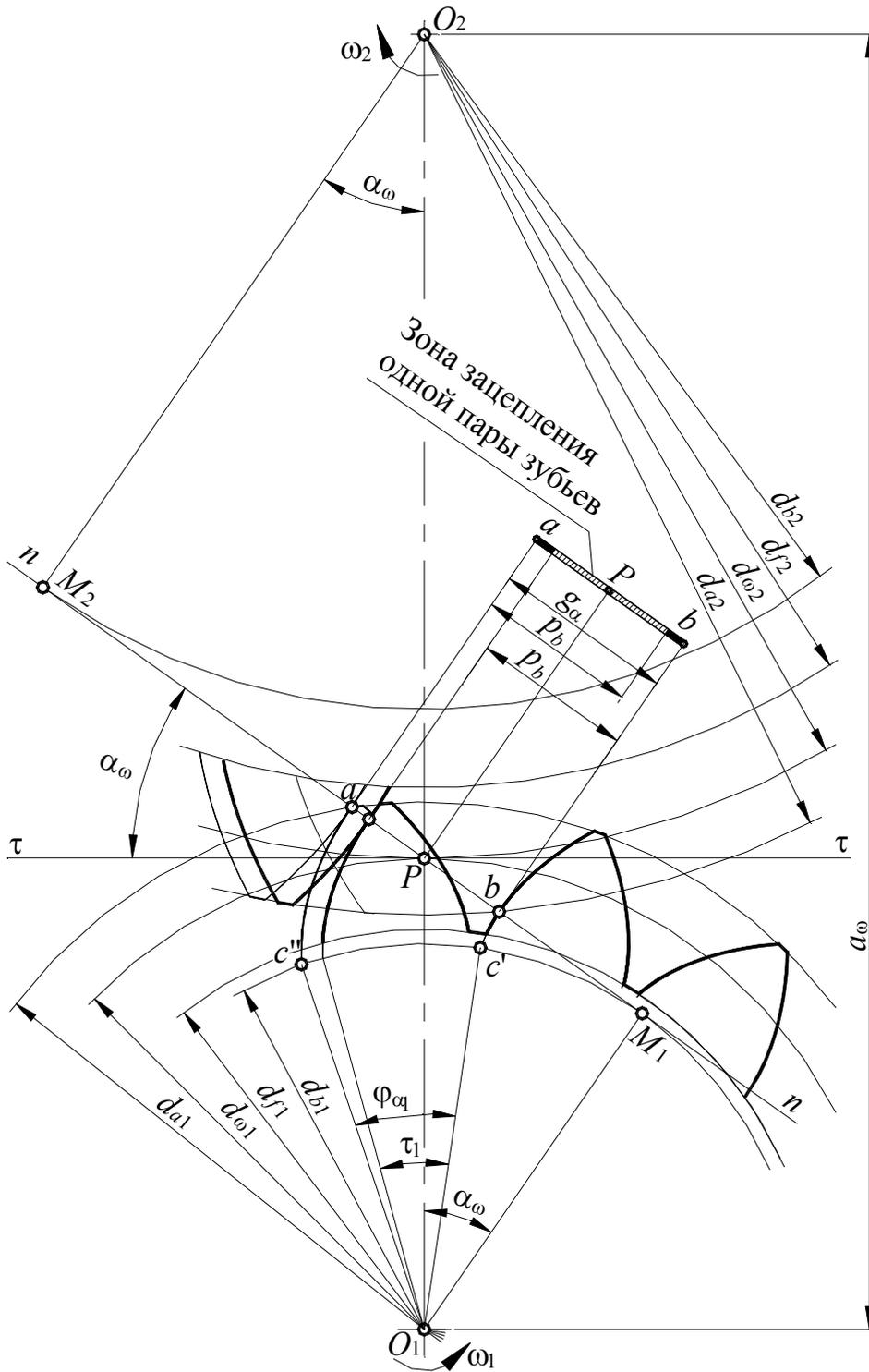


Рис. 4.4.16

Отношение угла перекрытия зубчатого колеса передачи к его угловому шагу носит название *коэффициента перекрытия* передачи:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha}}{\tau}. \quad (4.4.43)$$

Угол перекрытия и угловой шаг зависят от числа зубьев, т.е. при разных числах зубьев колес передачи  $\varphi_{\alpha 1} \neq \varphi_{\alpha 2}$  и  $\tau_1 \neq \tau_2$ .

Шаг по основной окружности (основной шаг) равен:

$$p_b = r_{b1} \tau_1.$$

Длина дуги, которую проходит точка  $c$  профиля по основной окружности за время зацепления одной пары зубьев, равна:

$$\overline{c'c''} = r_{b1} \varphi_{\alpha 1}.$$

Так как расстояние между двумя одноименными эвольвентами, измеренное по нормали, равно длине дуги основной окружности между началами эвольвент (см. раздел 4.4.2.3), то:

$$c'c'' = g_a,$$

где  $g_a$  – длина активной линии зацепления.

Тогда, на основании (4.4.43):

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha}}{\tau} = \frac{r_{b1}}{p_b} = \frac{\overline{c'c''}}{p_b} = \frac{g_a}{p_b} = \frac{g_a}{p_{\alpha}} \quad (4.4.44)$$

т.е. коэффициент перекрытия равен отношению длины активной линии зацепления к шагу зацепления.

Из рис. 4.4.16 следует:

$$g_a = ab = Pa + Pb = (M_1a - M_1P) + (M_2b - M_2P);$$

$$M_1a = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2};$$

$$M_2b = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2};$$

$$M_1P + M_2P = r_{\omega 1} \sin \alpha_{\omega} + r_{\omega 2} \sin \alpha_{\omega} = a_{\omega} \sin \alpha_{\omega}.$$

Следовательно:

$$g_a = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_{\omega} \sin \alpha_{\omega},$$

поэтому:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_a}{p_{\alpha}} = \frac{g_a}{p \cos \alpha} = \frac{\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a_{\omega} \sin \alpha_{\omega}}{\pi m \cos \alpha}. \quad (4.4.45)$$

В правильно спроектированной передаче коэффициент перекрытия  $\varepsilon_{\alpha}$  должен быть больше единицы. Чем он больше, тем меньше зона однопарного зацепления.

При проектировании передач рекомендуется принимать  $\varepsilon_{\alpha} \geq 1,15$ .

#### 4.4.2.4.2. СПОСОБЫ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС. СТАНОЧНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

##### 4.4.2.4.2.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Формообразование зубчатых профилей производят на специальных станках, при этом процесс формообразования подобен процессу зацепления. Наиболее распространенным методом формообразования зубьев является *метод обкатки*, суть которого заключается в том, что режущему инструменту и заготовке сообщают такое же относительное движение (движение обкатки), какое имели бы два зубчатых колеса (или колесо и рейка) с такими же числами зубьев, находящиеся в зацеплении.

На рис. 4.4.17 показаны схемы *нарезания* зубьев прямозубых цилиндрических колес методом обкатки.

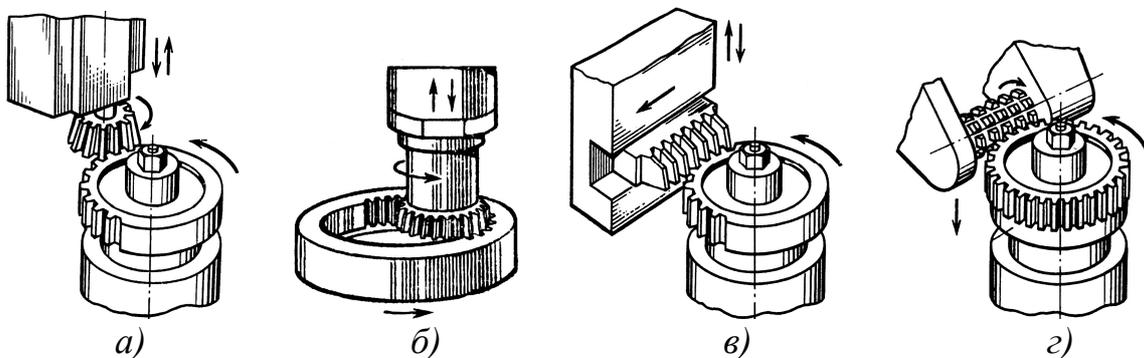


Рис. 4.4.17

При нарезании зубьев инструменту, наряду с движением обкатки, придается движение *резания* (поступательное – рис. 4.4.17, а, б, в, или вращательное – рис. 4.4.17, г).

Инструмент-колесо называется *долбяком* (рис. 4.4.17, а, б), инструмент-рейка может быть выполнен в виде *гребенки* (рис. 4.4.17, в) или в виде *червячной фрезы* (рис. 4.4.17, г), профиль которой в сечении плоскостью, содержащей ось фрезы, аналогичен профилю рейки-гребенки.

Принцип формообразования зубьев приведен на рис. 4.4.10 (формообразование долбяком) и на рис. 4.4.12 (формообразование рейкой).

На *зубодолбежных* станках изготавливают зубчатые колеса как с *внешними*, так и с *внутренними* зубьями.

Нарезание с помощью *долбяка* по методу обкатки является единственным возможным методом обработки колес с *внутренним* зубчатым венцом.

Профиль зуба нарезаемого колеса является огибающей к последовательным положениям режущего профиля инструмента, и чем точнее должен быть профиль зуба, тем больше необходимо иметь таких последовательных положений режущего инструмента (больше резов).

#### 4.4.2.4.2.2. СТАНОЧНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Зацепление между режущим инструментом (инструментальной рейкой или долбяком – так называемым *производящим колесом*) и нарезаемым зубчатым профилем называется *станочным*.

Режущий инструмент профилируют на основе *исходного контура*. Под *исходным контуром* колес подразумевают *контур зубьев рейки в нормальном к направлению зубьев сечении*.

Исходный контур эвольвентных цилиндрических колес представляет собой равнобокую трапецию, высота которой делится на две части средней линией (*делительной прямой*). Исходный контур характеризуется углом профиля  $\alpha$ , коэффициентом высоты головки  $h_a^*$ , коэффициентом радиального зазора  $c^*$  и радиусом  $\rho_f$  переходной кривой у корня зуба.

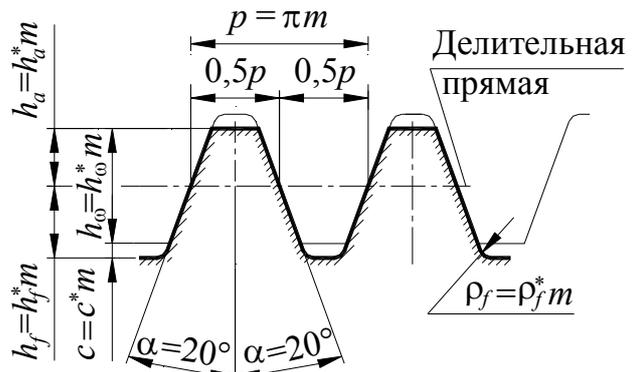


Рис. 4.4.18

На рис. 4.4.18 представлен исходный контур зубчатых цилиндрических колес эвольвентного зацепления по ГОСТ 13755-81 и конических колес с прямыми и тангенциальными зубьями по ГОСТ 13754-81. Модуль  $m$  устанавливают по ГОСТ 9563-74. Радиальный зазор  $c=0,25m$ , радиус кривизны переходной кривой зуба  $\rho_f=0,4m$ .

В процессе профилирования зубьев производится деление цилиндрической заготовки на  $z$  равных частей по *начальной* окружности колеса в *станочном* зацеплении.

В *станочном* зацеплении (рис. 4.4.12, 4.4.19) инструментальная *рейка* в своем движении *относительно заготовки* перекачивается без скольжения *делительной прямой* (или *прямой, параллельной делительной прямой*), по *делительной* окружности нарезаемого колеса.

Следовательно, *делительная* окружность является *центроидой* (*начальной* окружностью) в *станочном* зацеплении, а *делительный шаг* и *делительный модуль* колеса равны соответственно шагу и модулю *инструментальной рейки*.

Поскольку *модуль инструмента* принимают в соответствии с ГОСТ 9563-74, то и *делительный модуль* колеса имеет *стандартное значение*.

На *делительной* окружности *профильный угол эвольвенты* равен *углу профиля исходного контура*  $\alpha$ .

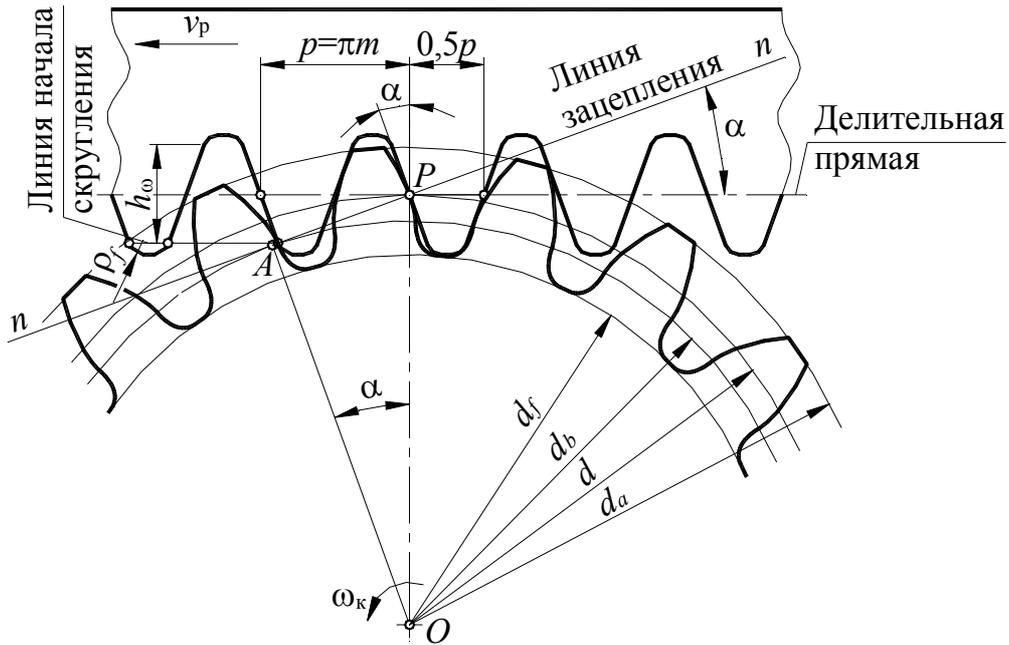


Рис. 4.4.19

Скорость продольного перемещения рейки  $v_p$  равна окружной скорости обрабатываемого колеса на делительной окружности  $d_k$ :

$$v_p = \omega_k \frac{d_k}{2} = \omega_k \frac{m z_k}{2}, \quad (4.4.46)$$

где  $\omega_k$  – угловая скорость колеса;  
 $z_k$  – число зубьев колеса.

Условие, выраженное зависимостью (4.4.46), осуществляется на зуборезных станках с помощью специального передаточного механизма (гитары обкатки).

В станочном зацеплении долбяка и нарезаемого колеса долбяк в своем движении по отношению к заготовке перекачивается без скольжения делительной окружностью (или окружностью, концентричной делительной окружности), по делительной окружности нарезаемого колеса.

В качестве примера на рис. 4.4.20 приведена схема нарезания долбяком колеса с внутренним зацеплением.

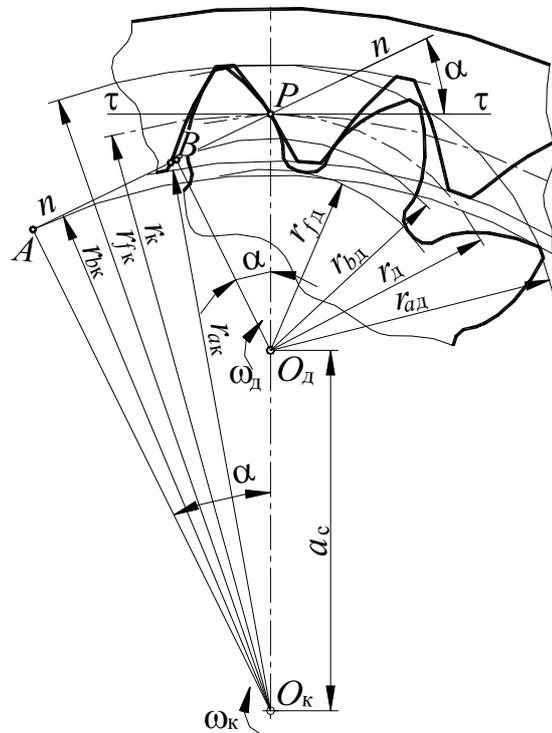


Рис. 4.4.20

Согласование окружных скоростей *долбяка* и обрабатываемого колеса на *делительной* окружности колеса определяется уравнениями:

$$v_p = \omega_d \frac{d_d}{2} = \omega_k \frac{d_k}{2} \quad (4.4.47)$$

или

$$v_p = \omega_d \frac{mz_d}{2} = \omega_k \frac{mz_k}{2}. \quad (4.4.50)$$

В *станочном* зацеплении профиль зуба колеса очерчен кривой, которая является огибающей по отношению к последовательным положениям контура зуба инструмента (рис. 4.4.10, 4.4.12).

#### 4.4.2.4.2.3. ПОДРЕЗАНИЕ ЗУБЬЕВ. НАИМЕНЬШЕЕ ЧИСЛО ЗУБЬЕВ

При нарезании колес с *малым* числом зубьев по методу обкатки может оказаться, что головки зубьев инструмента врезаются в ножки зубьев изготавливаемого колеса (рис. 4.4.21).

Такое явление сопровождается срезанием части эвольвентного профиля и ослаблением ножки зуба в сечении, где наблюдается наибольшее напряжение изгиба.

Срезание части номинальной поверхности у основания зуба обрабатываемого колеса в результате интерференции (наложения) зубьев при станочном зацеплении называется *подрезанием* зуба.

Подрезание возникает тогда, когда линия (или окружность) вершин инструмента (без учета закругленной части, оформляющей дно впадины и переходную кривую и не участвующей в образовании эвольвентного профиля) пересекает линию зацепления в точке  $A_1$  за пределами активной линии зацепления, т.е. за точкой  $M$  (рис. 4.4.21). Так как размеры зуба инструмента стандартизованы, то при прочих равных условиях опасность возникновения подрезания определяют размерами нарезаемого колеса и, следовательно, числом его зубьев.

Рассмотрим предельный случай, когда линия вершин *рейки* проходит через точку  $M$ , ограничивающую активную линию зацепления (рис. 4.4.22). Этот случай соответствует *минимально допустимому* числу зубьев шестерни при отсутствии подрезания.

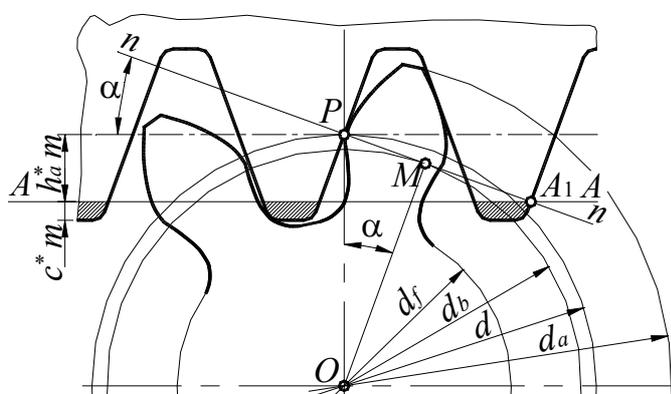


Рис. 4.4.21

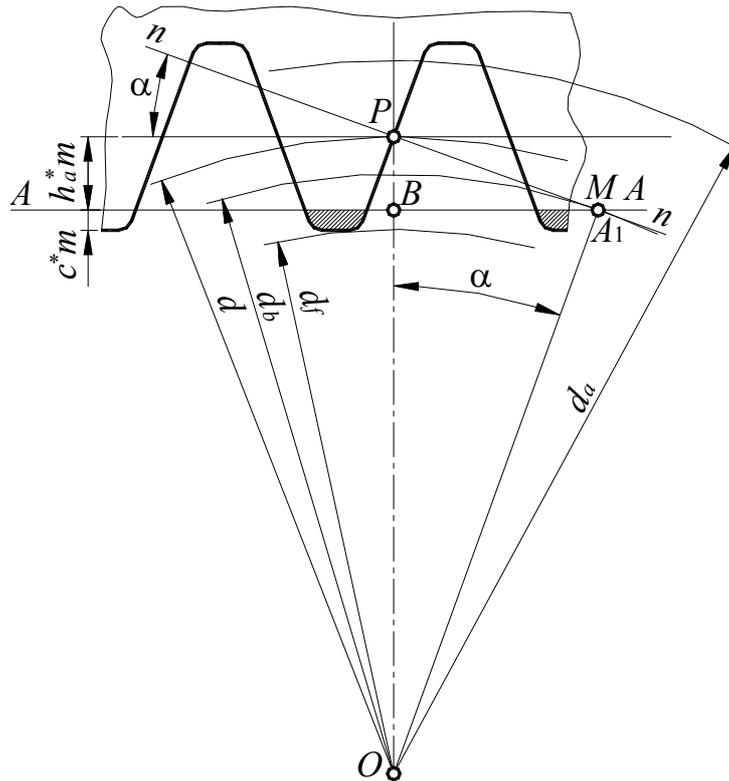


Рис. 4.4.22

Из рис. 4.4.22 очевидно, что:

$$PB = PO - OB = PO - (OA_1) \cos \alpha .$$

$$PB = h_a^* m ;$$

$$PO = \frac{d}{2} = \frac{mz}{2} ;$$

$$OA_1 = \frac{d_b}{2} = \frac{mz}{2} \cos \alpha ,$$

поэтому:

$$h_a^* m = \frac{mz}{2} (1 - \cos^2 \alpha) = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha ,$$

откуда:

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} \tag{4.4.51}$$

При  $h_a^* = 1$  и  $\alpha = 20^\circ$ :

$$z_{\min} = \frac{2}{\sin^2 20^\circ} = 17,097 .$$

Так как число зубьев колеса не может быть дробным, то:

$$z_{\min} = 18 . \tag{4.4.52}$$

При *станочном* зацеплении нарезаемого колеса и долбяка предельным случаем будет тот случай, когда рабочая и предельная части линии зацепления будут равны (рис. 4.4.23):

$$Pb = PB.$$

Используя данное условие для заданного долбяка, можно найти *наименьшее число зубьев колеса*, которое при этом может быть нарезано. Из треугольника  $OO_dB$  (рис. 4.4.23) получим:

$$r_{ад}^2 = (r + r_d)^2 + r^2 \cos^2 \alpha - 2(r + r_d)r \cos \alpha \quad (4.4.53)$$

Пусть выбранная величина передаточного числа станочного зацепления будет равна:

$$u_c = \frac{r_d}{r_{\min}} = \frac{z_d}{z_{\min}},$$

где наименьший радиус нарезаемого колеса  $r_{\min}$  определяется, в соответствии с формулами (4.4.24), (4.4.25), как:

$$r_{\min} = \frac{mz_{\min}}{2}.$$

Учитывая, что радиус окружности вершин долбяка  $r_{ад}$  равен:

$$r_{ад} = r_d + h_a = m \left( \frac{z_d}{2} + h_a^* \right),$$

разделим все члены равенства (4.4.53) на  $r^2$  и, после преобразований, найдем значение минимально допустимого числа зубьев нарезаемого колеса для *внешнего станочного зацепления по условию отсутствия подреза ножки зуба*:

$$z_{\min} = 2h_a^* u_c \frac{\sqrt{u_c^2 + (1 + 2u_c) \sin^2 \alpha}}{(1 + 2u_c) \sin^2 \alpha}, \quad (4.4.54)$$

При нарезании колеса с *внутренними* зубьями в результате интерференции зубьев в станочном зацеплении происходит не подрезание ножки зуба колеса, а *срезание части номинальной поверхности у его вершины*.

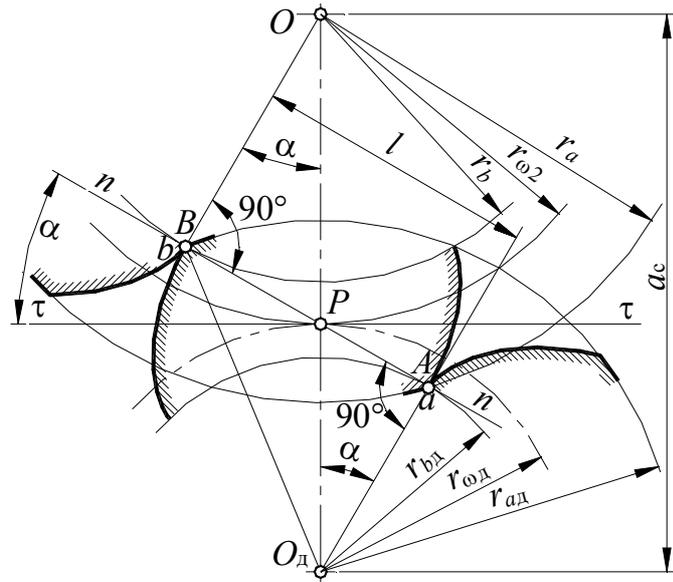


Рис. 4.4.23

Зависимость (4.4.54) в этом случае принимает вид:

$$z_{\min} = 2h_a^* \frac{u_c + \sqrt{u_c^2 + (1 - 2u_c) \sin^2 \alpha}}{(1 - 2u_c) \sin^2 \alpha} \quad (4.4.55)$$

В вышеприведенных формулах:

$z_d$  – число зубьев инструмента (долбяка);

$u_c = \frac{z_k}{z_d}$  – передаточное число в *станочном* зацеплении;

индекс «д» относится к инструменту (долбяку).

#### 4.4.2.5. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ КОСОЗУБЫЕ ПЕРЕДАЧИ С КРУГЛЫМИ КОЛЕСАМИ. ИХ ОСОБЕННОСТИ

##### 4.4.2.5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Образование эвольвентной поверхности *прямого* зуба можно представить при рассмотрении качения без проскальзывания производящей плоскости по основному цилиндру диаметра  $d_b$ , (рис. 4.4.7, 4.4.8, 4.4.24).

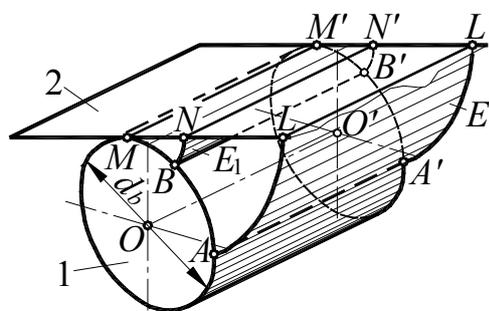


Рис. 4.4.24

В *прямозубых* зацеплениях соприкасаются друг с другом две *цилиндрические эвольвентные* поверхности  $E$  (рис. 4.4.24), являющиеся *боковыми поверхностями* зубьев. При этом происходит прямолинейный контакт зубьев, так как линией их контакта является *прямая*, параллельная образующей основных цилиндров диаметров  $d_{b1}$  и  $d_{b2}$ , то есть их осям вращения. Геометрическое место всех линий касания одной пары зубьев за весь период зацепления называется *полем зацепления*.

Зацепление цилиндрических прямозубых колес имеет недостатки. В частности, коэффициент перекрытия таких колес ограничен весьма узкими пределами (для внешнего зацепления  $1 < \varepsilon_\gamma < 2$ ), вследствие чего вся нагрузка распределяется не более чем на две пары зубьев. Погрешности изготовления колес могут привести к значительному увеличению шума, ударам и т.п. Окружные скорости  $v$  прямозубых колес даже при достаточно высоких степенях точности ограничены – до 15 м/с.

Коэффициент перекрытия можно увеличить применением *ступенчатых* зубчатых колес. Возьмем пару сопряженных зубчатых прямозубых колес и рассечем ее  $n$  плоскостями, параллельными торцовой плоскости. В результате получим прямозубые сопряженные зубчатые

колеса, состоящие из  $n+1$  составляющих узких колес (рис. 4.4.25). Повернем каждое последующее составляющее узкое колесо относительно предыдущего на некоторый угол  $\Delta\tau_i$  относительно оси колеса. При этом:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_1(n+1) &= \tau_1, \\ \Delta\tau_2(n+1) &= \tau_2, \\ \tau_1 &= u\tau_2, \end{aligned}$$

где  $u$  – передаточное число.

Тогда в момент выхода из зацепления зубьев первой сопряженной пары узких колес соответствующий зуб второй сопряженной пары узких колес будет еще находиться в зацеплении и т.д. Дуга зацепления, таким образом, увеличивается, что влечет за собой увеличение коэффициента перекрытия и, следовательно, улучшение плавности передачи. Несомненным достоинством передач, составленных из ступенчатых прямозубых колес, является и отсутствие осевой составляющей силы в зацеплении. Причиной, по которой такие передачи не получили распространения, является сложность обеспечения необходимой точности сборки.

При бесконечно большом числе сечений форма боковой поверхности зуба становится эвольвентной винтовой (рис. 4.4.26). Зацепление таких зубьев называют *косозубым*.

Образование боковой поверхности *косого* зуба можно представить, если рассмотреть качение без скольжения некоторой плоскости 2 по основному цилиндру диаметром  $d_b$  с осью  $OO$  (рис. 4.4.27). Располагая на

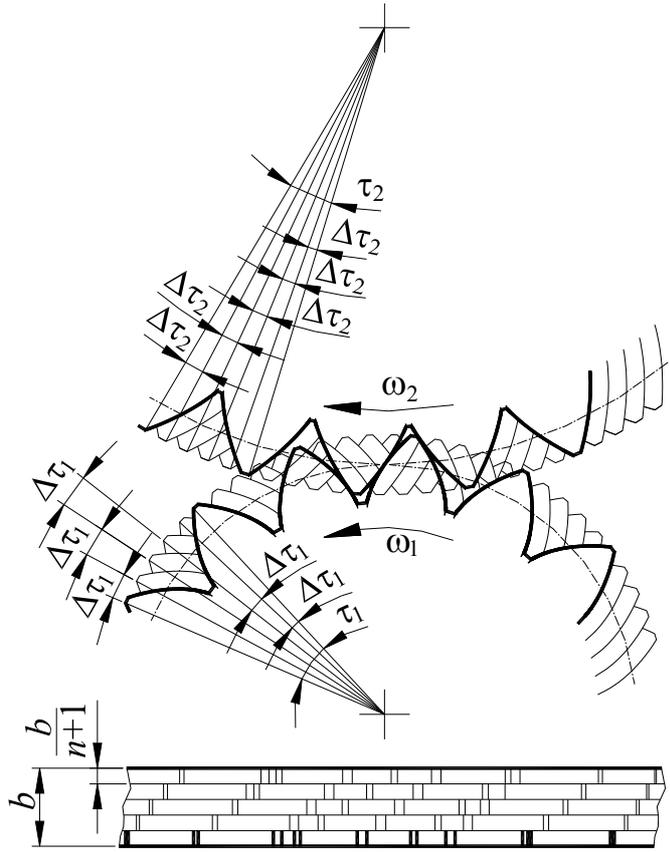


Рис. 4.4.25

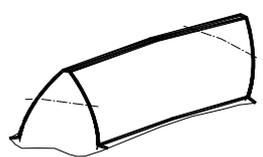


Рис. 4.4.26

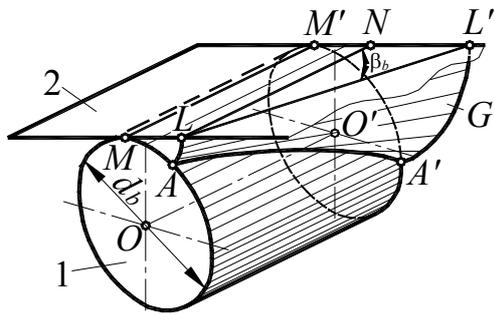


Рис. 4.4.27

касательной плоскости 2 прямую  $LL'$  под углом  $\beta_b$  к образующей цилиндра при обкатке, получим *линейчатую винтовую эвольвентную поверхность  $G$* , представляющую собой *боковую поверхность косоугольного зуба*. Эта поверхность называется *развертывающимся геликоидом*. Как видно, она представляет собой линейчатую поверхность с *образующими, касающимися основного цилиндра*. Начальные точки эвольвентной поверхности зубьев располагаются по винтовой линии  $AA'$  постоянного шага на основном цилиндре.

Сопряженные поверхности косых зубьев двух цилиндрических зубчатых колес образуются от последовательного качения общей касательной к основным цилиндрам плоскости 2 по основным цилиндрам радиусов  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$  первого и второго зубчатого колеса. Выбранная на плоскости 2 прямая  $LL'$  при последовательном обкатывании по основным цилиндрам образует сопряженные поверхности в виде двух взаимно огибаемых геликоидов, линейчатый контакт которых образует *поле зацепления*.

Угол  $\beta_b$  называется *углом наклона винтовой линии зубьев по основной окружности*.

В передаче с *параллельными* осями углы наклона винтовых линий на *начальных* цилиндрах обоих колес при *внешнем* зацеплении равны по величине и противоположны по направлению.

При *внутреннем* зацеплении винтовые линии зубьев двух зубчатых колес должны быть одного наклона (правые или левые). Здесь также имеет место линейчатый контакт, при котором одновременно участвуют различные точки, лежащие на эвольвентной поверхности зуба, образующие поле зацепления.

#### 4.4.2.5.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ В КОСОЗУБОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧЕ

По аналогии с прямозубым в косозубом зацеплении различают цилиндры *основные, начальные, делительные, вершин и впадин*.

Линию пересечения боковой поверхности зуба с поверхностью *делительного* цилиндра зубчатого колеса называют *делительной линией зуба*. Острый угол между *делительной* линией зуба и образующей *делительного* цилиндра косоугольного колеса носит название *делительного угла наклона линии зуба  $\beta$* .

Линию пересечения боковой поверхности зуба с поверхностью *начального* цилиндра зубчатого колеса называют *начальной линией зуба*. Острый угол между *начальной* линией зуба и образующей *начального* цилиндра косоугольного колеса носит название *начального угла наклона линии зуба  $\beta_\omega$* . Связь угла наклона  $\beta_\omega$  с соответствующими параметрами, изме-

ренными по *основному* и *делительному* цилиндрам, можно получить из зависимости для шага винтовой линии  $p$  (рис. 4.4.28):

$$p = 2\pi r_b \operatorname{ctg} \beta_b = 2\pi r_\omega \operatorname{ctg} \beta_\omega = 2\pi r \operatorname{ctg} \beta, \quad (4.4.56)$$

откуда:

$$\operatorname{tg} \beta_\omega = \frac{r_\omega}{r_b} \operatorname{tg} \beta_b = \frac{r_\omega}{r} \operatorname{tg} \beta \quad (4.4.57)$$

В косозубом зацеплении (рис. 4.4.29) различают *шаги*:

- *торцовый*  $p_t$ ,
- *нормальный*  $p_n$ ,
- *осевой*  $p_a$ .

Осевой шаг  $p_a$  в расчетах используется крайне редко и поэтому в данном курсе не рассматривается.

Из рис. 4.4.28 очевидно, что:

$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta}. \quad (4.4.58)$$

Разделив обе части уравнения (4.4.58) на число  $\pi$ , получим взаимосвязь между модулями косозубого зацепления:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}. \quad (4.4.59)$$

*Нормальный* модуль  $m_n$  имеет *стандартное* значение, определяемое режущим инструментом.

*Торцовый* модуль может иметь самые различные значения в зависимости величина угла наклона зубьев  $\beta$ .

Косозубые цилиндрические колеса, изготовленные методом обкатки, имеют *теоретически правильный эвольвентный профиль* зуба только в *плоскости обкатки*, то есть в *торцовом сечении*. В нормальном сечении профиль несколько отличается от эвольвентного. Однако в большинстве расчетов этим отклонением пренебрегают, считая, что нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю некоторого условного (*эквивалентного*) прямозубого колеса, которое получают следующим образом.

Проведем плоскость, рассекающую зубчатое колесо по нормали  $nn$  (рис. 4.4.29). В сечении получается прямозубое эллипсоидное колесо с полуосями  $a$  и  $b$ .

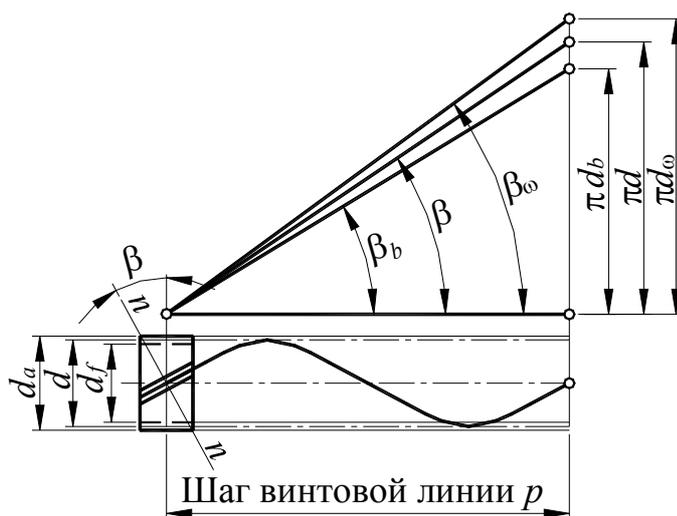


Рис. 4.4.28

$$a = \frac{d}{2 \cos \beta} = \frac{r}{\cos \beta}, \quad (4.4.60)$$

$$b = \frac{d}{2} = r. \quad (4.4.61)$$

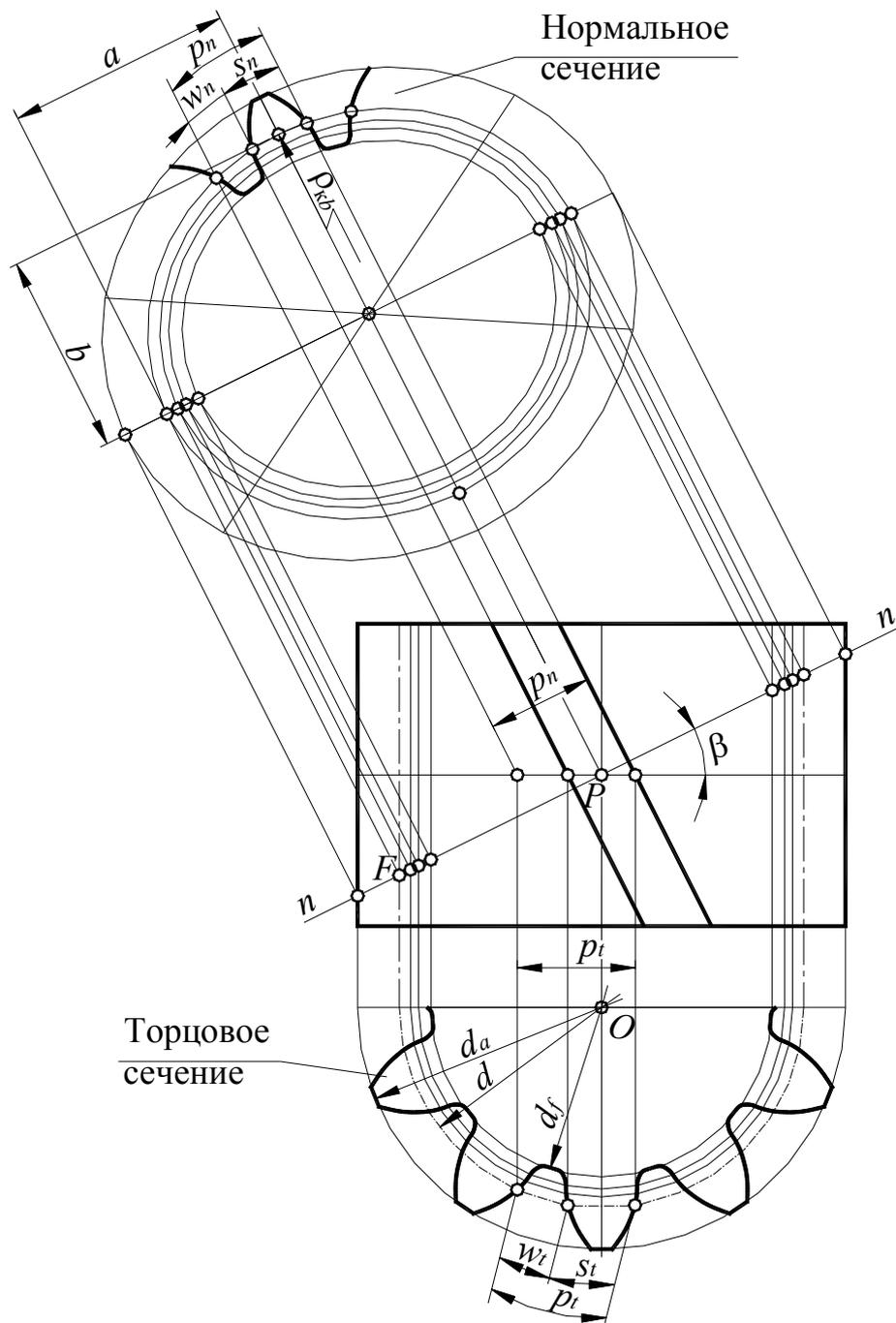


Рис. 4.4.29

Радиус кривизны данного эллипса по малой полуоси  $\rho_{kb}$  (для полюса зацепления  $P$ ) определяется формулой, известной из аналитической геометрии:

$$\rho_{kb} = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2 \beta} \quad (4.4.62)$$

Определим число зубьев *эквивалентного* прямозубого колеса при известном шаге  $p_n$ , модуле в нормальном сечении  $m_n$  и действительном числе зубьев  $z$ . При радиусе начальной окружности, равным  $\rho_{kb}$  и приведенном числе зубьев  $z_v$  получаем:

$$2\pi\rho_{kb} = z_v p_n \quad (4.4.63)$$

или, после деления обеих частей уравнения на число  $\pi$ :

$$2\rho_{kb} = z_v m_n, \quad (4.4.64)$$

откуда найдем приведенное число зубьев:

$$z_v = \frac{2\rho_{kb}}{m_n}. \quad (4.4.65)$$

Подставив значение  $\rho$  из (4.4.62), получим:

$$z_v = \frac{2r}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} \quad (4.4.66)$$

Так как:

$$2r = d = m_t z, \quad (4.4.67)$$

то:

$$z_v = \frac{m_t}{m_n} \frac{z}{\cos^2 \beta} \quad (4.4.68)$$

или, после подстановки значения  $m_t$  из (4.4.59), получим:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (4.4.69)$$

Одним из основных достоинств зацеплений с косыми зубьями является возможность получения передач с малыми габаритами. Так, если для *прямозубой* передачи наименьшее число зубьев шестерни без смещения  $z_{\min}$  равно 18, то для *косозубой* передачи без смещения:

$$z_{\min} = \frac{2f}{\sin^2 \alpha} \cos^3 \beta = 18 \cos^3 \beta. \quad (4.4.70)$$

В *торцовом* сечении геометрия зацепления *косозубых* колес аналогична геометрии зацепления *прямозубых* колес.

Основные размеры косозубого колеса *без смещения* вычисляют по следующим формулам:

*межосевое расстояние:*

$$a_w = a = m_t \frac{z_2 \pm z_1}{2} = m_n \frac{z_2 \pm z_1}{2 \cos \beta}, \quad (4.4.71)$$

диаметр делительного цилиндра:

$$d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}, \quad (4.4.72)$$

высота делительной головки зуба:

$$h_a = h_a^* m_n, \quad (4.4.73)$$

высота делительной ножки зуба:

$$h_f = (h_a^* + c^*) m_n, \quad (4.4.74)$$

полная высота зуба:

$$h = (2h_a^* + c^*) m_n, \quad (4.4.75)$$

диаметр цилиндра вершин:

$$d_a = d \pm 2h_a^* m_n = \frac{m_n}{\cos \beta} \pm 2h_a^* m_n = m_n \left( \frac{z}{\cos \beta} \pm 2h_a^* \right) \quad (4.4.76)$$

диаметр цилиндра впадин:

$$\begin{aligned} d_f &= d \mp 2(h_a^* + c^*) m_n = \frac{m_n}{\cos \beta} \mp 2(h_a^* + c^*) m_n = \\ &= m_n \left( \frac{z}{\cos \beta} \mp 2(h_a^* + c^*) \right). \end{aligned} \quad (4.4.77)$$

В уравнениях (4.4.76) и (4.4.77) *верхний* знак относится к колесу с *внешними* зубьями, *нижний* знак – к колесу с *внутренними* зубьями.

Угол наклона винтовой линии на цилиндре диаметра  $d_i$ :

$$\beta_i = \arctg \left( \frac{d_i}{d} \operatorname{tg} \beta \right). \quad (4.4.78)$$

Угол зацепления в торцовом сечении определяется как:

$$\cos \alpha_t = \frac{r_{b1}}{r_1} = \frac{r_{b2}}{r_2}. \quad (4.4.79)$$

Торцовый шаг колес  $p_t$  определяется по формуле:

$$p_t = \frac{\pi d_1}{z_1} = \frac{\pi d_2}{z_2}. \quad (4.4.80)$$

Для определения угла  $\alpha_t$  зацепления рассечем зуб рейки плоскостями I – торцевой, перпендикулярной к оси колеса, и II – перпендикулярной к образующей зуба (рис. 4.4.30). Угол между плоскостями равен углу  $\beta$  наклона зубьев.

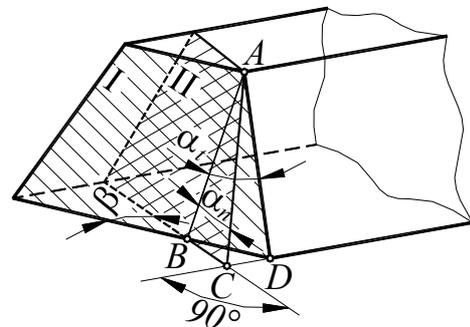


Рис. 4.4.30

Из прямоугольных треугольников  $ABC$  и  $ABD$  получаем:

$$BC = AB \operatorname{tg} \alpha_n,$$

$$BD = AB \operatorname{tg} \alpha_t.$$

Из треугольника  $BCD$ :

$$BD = \frac{BC}{\operatorname{tg} \beta},$$

откуда:

$$\frac{BC}{BD} = \cos \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\operatorname{tg} \alpha_t}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta \quad (4.4.81)$$

#### 4.4.2.5.3. СПОСОБЫ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОСОЗУБЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Нарезание зубьев наиболее распространенным методом *обкатки* производят с помощью инструментальной рейки (гребенки), червячной фрезы и долбяка (рис. 4.4.31).

При нарезании косых зубьев с помощью *долбяка* (рис. 4.4.31, а) долбяку придается дополнительное винтовое движение.

Угол относительной установки *инструментальной рейки* (рис. 4.4.31, б) и оси заготовки должен быть равен  $\beta$ .

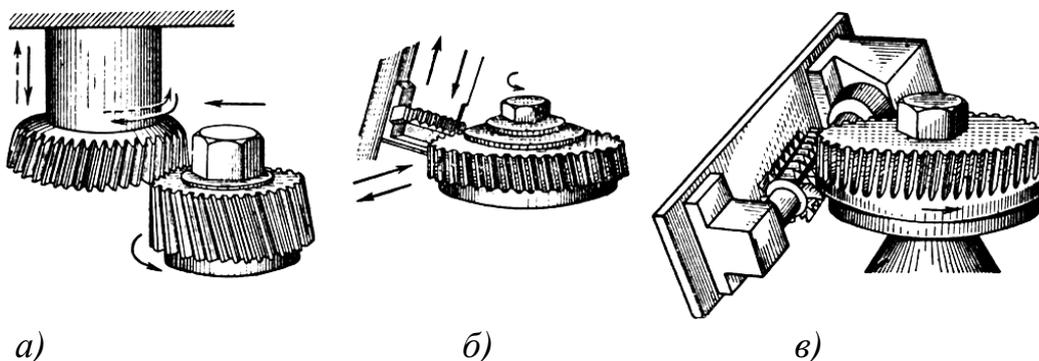


Рис. 4.4.31

Рейка совершает возвратно-поступательное движение.

При нарезании косых зубьев *червячной фрезой* (рис. 4.4.31, в) заготовке сообщают дополнительное вращательное движение. Фрезу устанавливают с наклоном к плоскости заготовки.

Окружная скорость заготовки  $v_3$  связана со скоростью подачи витков фрезы  $v_{cp}$  выражением:

$$v_3 = v_{cp} \operatorname{tg} \beta \quad (4.4.82)$$

Профильный угол инструмента  $\alpha_n$  равен  $20^\circ$ .

Значения модулей в нормальном сечении  $m_n$  стандартизованы ГОСТ 9563-74.

#### **4.4.2.6. ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

##### **4.4.2.6.1. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ЗУБЧАТЫЕ ПРЯМОЗУБЫЕ ПЕРЕДАЧИ С КРУГЛЫМИ КОЛЕСАМИ**

###### **4.4.2.6.1.1. МАТЕРИАЛЫ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ**

Выбор материала зубчатых колес определяется назначением передачи, условиями ее работы (режим нагрузки, температура, смазка и пр.), способом получения заготовок, методом изготовления и обработки зубьев. Стремление к снижению массы и габаритов силовых зубчатых передач определило широкое применение сталей, подвергнутых термическому или химико-термическому упрочнению, которые допускают возможность получения высокой твердости рабочих поверхностей зубьев при большой прочности и вязкости сердцевины.

*Термообработка металлов* – процесс тепловой обработки металлов и сплавов с целью изменения их структуры, а, следовательно, и свойств, заключающийся в нагреве до определенной температуры, выдержке при этой температуре и последовательном охлаждении с заданной скоростью. Наиболее распространенными видами *термообработки* являются *нормализация* (нагрев, выдержка и последующее охлаждение на спокойном воздухе), *закалка* (нагрев, выдержка и последующее резкое охлаждение), *улучшение* (закалка стали и последующий высокий отпуск – нагрев до 500°C–680°C и последующее медленное или быстрое охлаждение). Выбор способа термообработки зубчатых колес из стали зависят от требуемой несущей способности зубчатых колес, марки стали, оборудования и трудоемкости изготовления.

При *химико-термической обработке* происходит, в основном, изменение структуры поверхностного слоя материала, в результате чего повышаются твердость, износоустойчивость и устойчивость против коррозии. Наиболее распространенными видами *химико-термической* обработки являются *цементация* (насыщение поверхностного слоя углеродом) и *азотирование* (насыщение поверхностного слоя азотом).

В условиях индивидуального и мелкосерийного производства, в мало— и средненагруженных передачах, а также в открытых передачах с большими колесами применяют зубчатые колеса с твердостью материала менее или равной *HV 350*. При этом обеспечивается чистовое нарезание зубьев после термообработки, высокая точность изготовления и хорошая прирабатываемость зубьев.

С целью повышения нагрузочной способности передачи используют колеса с твердостью рабочих поверхностей зубьев  $HRC$  40-63. Зубья колеса нарезают на заготовке из сырой стали, а затем подвергают их термической или химико-термической обработке (объемной закалке, поверхностной закалке, цементации с последующей закалкой, азотированию, цианированию и т.д.). После объемной закалки и цементации неизбежны некоторые искажения формы зубьев, которые при необходимости исправляют шлифованием или обкаткой с применением специальных паст.

Для лучшей приработки зубьев и повышения стойкости против заедания рекомендуется *твердость зубьев шестерни назначать несколько выше твердости зубьев колеса.*

Для изготовления *малонагруженных* или *редко работающих* передач, в которых габариты и масса не имеют определяющего значения, применяют чугун.

Кроме сталей и чугуна для изготовления колес применяют также бронзы, латуни, пластмассы, реже – сплавы алюминия и магния, керамику и др.

Для уменьшения трения и повышения КПД *в приборах* часто применяют колеса из латуни (например, ЛС 59-1, ЛК80-3Л) или бронзы (БрОЦС 6-6-3, БрАЖ 9-4, БрАМц 9-2), работающие в паре со стальными шестернями (трибами). Часто из медных сплавов выполняют только венец колеса, насаживаемый на стальную ступицу.

При *предварительных* расчетах для *длительно* работающих передач можно принимать:

допускаемые *контактные* напряжения материала  $\sigma_{Hr}$  для *стальных* колес – из табл. 4.4.1;

допускаемые *изгибные* напряжения  $\sigma_{Fr}$  – из табл. 4.4.2.

Более подробные сведения о выборе материалов колес и допускаемых напряжений можно найти в специальной литературе.

Таблица 4.4.1

Термическая или термохимическая обработка	Твердость поверхностей зубьев	$\sigma_{Hr}$ , МПа
Нормализация	$\leq 350HB$	$1,8HB+64$
Улучшение		
Поверхностная закалка	$(40-56)HRC$	$14HRC$
Цементация	$(54-64)HRC$	$19HRC$
Нитроцементация		

Таблица 4.4.2

Термическая или термохимическая обработка	Твердость поверхностей зубьев	$\sigma_{Fp}$ , МПа
Нормализация	$\leq 350HB$	$0,6HB+42$
Улучшение	$\leq 350HB$	$0,6HB+42$
Поверхностная закалка	$(40-56)HRC$	250
Цементация	$(54-64)HRC$	330
Нитроцементация		
Нитроцементация		

#### 4.4.2.6.1.2. УСЛОВИЯ РАБОТЫ ЗУБЬЕВ В ЗАЦЕПЛЕНИИ И КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПЕРЕДАЧИ

При передаче крутящего момента  $T_1$  в зацеплении двух прямозубых колес возникает *циклическая* сила нормального давления, распределенная по контактной линии и действующая вдоль линии зацепления которую заменяют равнодействующей силой  $F_n$  (рис. 4.4.32).

Переносим силу  $F_n$  по линии ее действия в полюс зацепления  $P$  и раскладываем ее на окружную составляющую силу  $F_t$  и радиальную составляющую силу  $F_r$ , получим:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{\omega 1}} = F_n \sin \alpha_{\omega}, \quad (4.4.83)$$

$$F_r = F_n \cos \alpha_{\omega} = F_t \operatorname{tg} \alpha_{\omega}. \quad (4.4.84)$$

Перекатывание зубьев происходит со скольжением одного профиля по другому и поэтому в зацеплении возникает также сила трения:

$$F_T = fF_n. \quad (4.4.85)$$

Потеря работоспособности зубчатых передач происходит по многим причинам, основными из которых являются следующие.

**Поломка зубьев** — наиболее опасный вид разрушения.

Различают:

— *усталостные поломки*, возникающие вследствие *изгибных* повторно-переменных напряжений в зубьях, когда при многократном повторении нагрузки создается напряжение, превышающее предел *выносливости* материала, и у основания зуба возникает и распространяется *усталостная* трещина; перенапряжение зубьев может вызвано *концентрацией* нагрузки по длине зуба вследствие неправильного монтажа (чаще всего непараллельности валов), а также из-за грубой обработки поверхности впадин зубьев, заклинивания зубьев при нагреве передачи и недостаточной величины боковых зазоров;

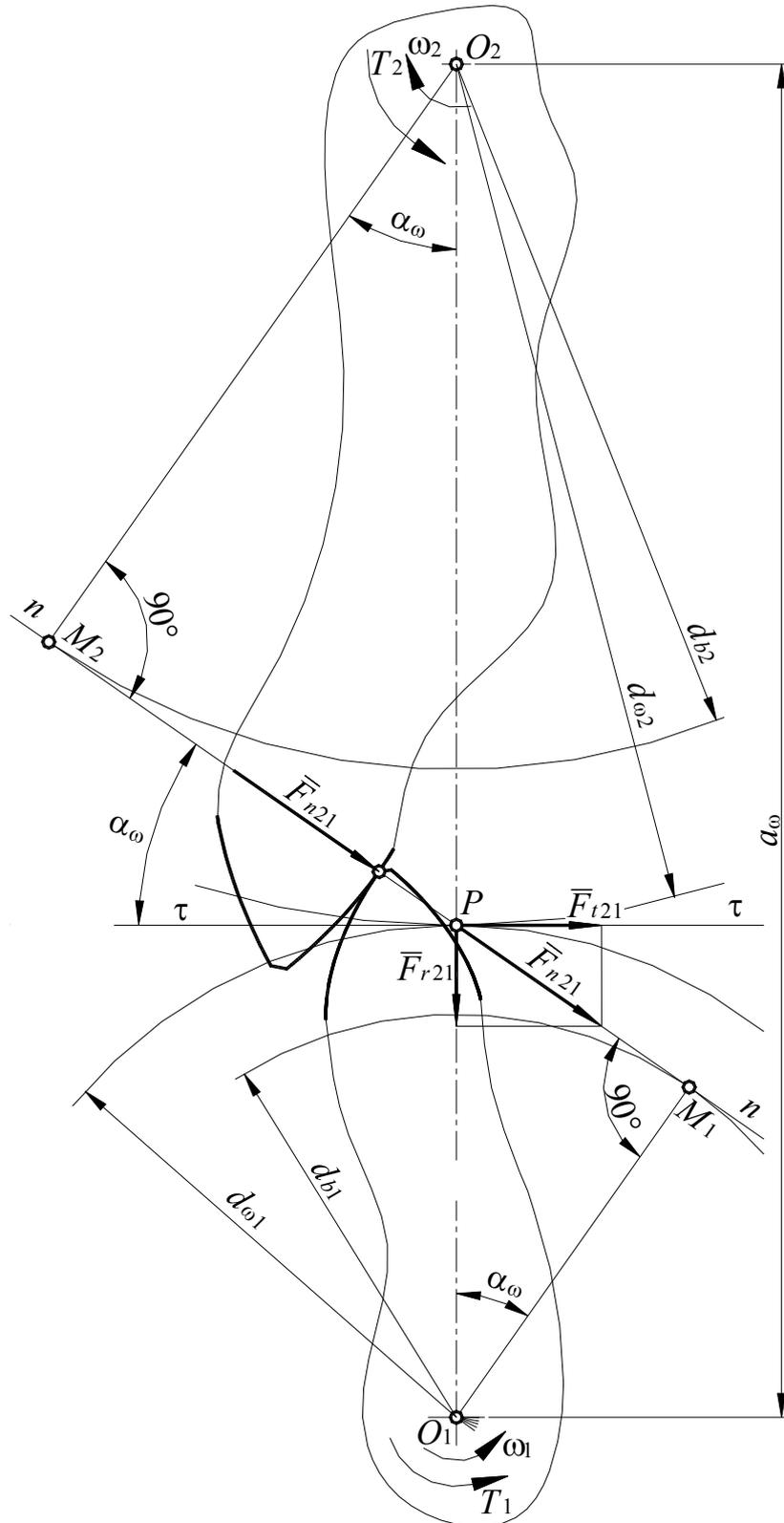


Рис. 4.4.32

— поломки *от перегрузок* динамического и статистического действия; для предотвращения поломки зубьев увеличивают модуль зацепления, повышают твердость зубьев, производят их поверхностное упрочнение, увеличивают жесткость валов, применяют бочкообразные зубья и др.

**Усталостное выкрашивание** рабочих поверхностей зубьев — основной вид разрушения *закрытых* передач при наличии обильной *жидкой* смазки.

Механизм контактного выкрашивания рассмотрен в разделе 2.10.3.

Если появление усталостных раковин вызывается *начальным приработочным износом* (вследствие неточности изготовления и монтажа колес), то по мере приработки, заключающейся в износе и пластической деформации микронеровностей, концентрация нагрузки снижается, а образовавшиеся раковины завальцовываются. Такое *ограниченное* выкрашивание отрицательно не сказывается на работе зубчатой передачи.

Более опасным является *прогрессивное выкрашивание*, когда появившиеся вначале у полюсной линии мелкие раковины все более разрастаются и распространяются на всю рабочую поверхность ножек, а иногда и головок зубьев. В зацеплении зубчатых колес, у которых появилось усталостное выкрашивание, появляются все возрастающие *динамические* нагрузки, ускоряющие разрушение передачи.

В передачах, работающих со значительным *износом*, вследствие быстрого истирания поверхностных слоев усталостные трещины развиваться не успевают, поэтому *выкрашивания не происходит*.

Для предупреждения усталостного выкрашивания поверхностей зубьев необходимо проводить расчет на выносливость по *контактным* напряжениям, а также применять передачи со смещением, увеличивать поверхностную твердость материала, повышать точность изготовления и монтажа зубчатых колес.

**Абразивный износ** зубьев — основной вид разрушения открытых, а также и закрытых, но недостаточно защищенных от загрязнения абразивными частицами передач, который вызывается трением, возникающим в зоне контакта зубьев. В процессе износа уменьшается размер зубьев по их толщине, увеличиваются зазоры в зацеплении, вследствие нарушения эвольвентности рабочего участка профиля зуба возрастают динамические нагрузки и шум, снижается кинематическая точность.

Для предупреждения (или уменьшения) износа необходимо понижать шероховатость и повышать твердость поверхностей зубьев, защищать передачу от попадания абразивных частиц, уменьшать относительную скорость скольжения профилей за счет применения передач со смещением, использовать смазку с повышенной вязкостью.

**Заедание.** Такой вид повреждения зубьев наиболее характерен для высоконагруженных быстроходных и среднескоростных передач. Заедание возникает, когда вследствие высокого давления и температуры происходит *разрыв масляной пленки* между зацепляющимися профилями и *образование металлического контакта*.

При небольшом количестве микроконтактов при выходе из контакта отдельные сцепившиеся микроплощадки разрываются, их температура быстро снижается вследствие теплоотдачи внутрь металла и масляная пленка восстанавливается. Такая *легкая форма заедания*, заключающаяся в отрыве частиц металла от одной из поверхностей и постепенном износе зубьев называется *натиром*.

При большом количестве микроконтактов теплота не успевает отводиться и накапливается с каждым оборотом колеса. Через некоторое время масляная пленка в зоне контакта уже не восстанавливается, происходит схватывание значительных частиц металла с дальнейшим отрывом их от более мягкой поверхности и прочным соединением с более твердой. Возникшие на более твердом зубе бугорки образуют на более мягком борозды в направлении скольжения и за короткое время выводят передачу из строя. Такой *вид заедания* получил название *задира*.

Наиболее эффективной мерой предупреждения заедания, помимо рационального подбора материалов зубчатых колес, является применение специальных противозадирных масел с повышенной вязкостью и химически активными добавками.

**Пластические сдвиги** наблюдаются у тяжелонагруженных зубчатых колес, выполненных из мягкой стали. На поверхностях таких зубьев при перегрузках появляются пластические деформации с последующим сдвигом в направлении скольжения. Это явление приводит к тому, что у полюсной линии зубьев ведущего колеса образуется канавка, а у зубьев ведомого – хребет. В результате нарушается правильность зацепления, что, в свою очередь, приводит к разрушению зубьев. Такие сдвиги можно устранить повышением твердости поверхностных слоев рабочих поверхностей зубьев и применением более вязкого масла.

**Отслаивание** поверхностных частиц металла возникает вследствие некачественной термической и химико-термической обработки поверхности зубьев. Отслаивание возможно из-за дефектов поверхностного слоя азотированных или цементованных с последующей поверхностной закалкой зубьев или из-за недостаточной прочности сердцевины, вследствие чего при больших нагрузках происходит продавливание хрупкой крошки. Способствует отслаиванию и наличие перегрузок.

#### 4.4.2.6.1.3. РАСЧЕТНАЯ НАГРУЗКА

Усилия, возникающие в зацеплении колес, кроме деформации зубьев, вызывают и деформации валов, корпусов и опор, что приводит к неравномерному распределению нагрузки вдоль контактной линии зубьев, а также к дополнительным динамическим нагрузкам. Такое же влияние оказывают неизбежные погрешности изготовления и монтажа деталей передачи.

Для учета влияния этих факторов на прочность зубьев номинальную нагрузку при расчете несколько увеличивают введением *коэффициента нагрузки K*:

$$F = KF_H, \quad (4.4.86)$$

$$T = KT_H, \quad (4.4.87)$$

$$P = KP_H, \quad (4.4.88)$$

где  $F$  – расчетная сила,  
 $F_H$  – номинальная сила,  
 $T$  – расчетный момент,  
 $T_H$  – номинальный момент,  
 $P$  – расчетная мощность,  
 $P_H$  – номинальная мощность,  
 $K$  – коэффициент нагрузки.

$$K = K_\beta K_V \quad (4.4.89)$$

где  $K_\beta$  – коэффициент концентрации нагрузки;  
 $K_V$  – коэффициент динамичности нагрузки.

Коэффициент концентрации нагрузки  $K_\beta$  учитывает неравномерность распределения нагрузки по длине зуба и определяется отношением наибольшей удельной нагрузки  $q_{\max}$  к ее средней величине  $q$ :

$$K_\beta = \frac{q_{\max}}{q}. \quad (4.4.90)$$

Значение  $q$  можно найти из отношения:

$$q = \frac{F_n}{b}, \quad (4.4.91)$$

где  $F_n$  – нормальное усилие в зацеплении;  
 $b$  – длина зуба (длина контактной линии).

Величина  $q_{\max}$  зависит от взаимного перекоса зубьев, точное определение которого чрезвычайно затруднено. При проектном расчете величину  $K_\beta$  выбирают *ориентировочно* в зависимости от типа нагрузки, характеристики материала, степени точности зубчатых колес и схемы передачи в пределах (1,0-1,4). Меньшие значения принимают для прирабаты-

вающихся колес ( $HB < 350$  хотя бы у одного из колес пары) и при нагрузке, близкой к постоянной, большие – для неприрабатывающихся широких ( $b > d_1$ ) колес. При высоких окружных скоростях ( $v > 15$  м/с) и хороших условиях смазки между зубьями создается постоянный масляный слой, защищающий их от износа. Это явление снижает влияние приработки зубьев на уменьшение концентрации нагрузки.

Для уменьшения  $q_{\max}$  и  $K_{\beta}$  при проектировании передач рекомендуется: располагать колеса симметрично относительно опор; при несимметричном или консольном расположении применять колеса меньшей ширины, так как при прочих равных условиях влияние перекаса зубьев увеличивается с увеличением ширины колес; увеличивать жесткость валов за счет сокращения их длины; придавать зубьям специальную бочкообразную форму и т.д.

Погрешности формы и взаимного расположения зубьев (окружного шага) являются причиной неплавности работы зубчатой пары, колебаний угловой скорости колес. Последние вызывают в зацеплении дополнительные инерционные усилия, которые и называют *динамической нагрузкой*. Влияние динамической нагрузки учитывается *коэффициентом динамичности нагрузки*  $K_V$ , который равен отношению полной нагрузки  $F_n + F_{нд}$  к номинальной  $F_n$ :

$$K_V = 1 + \frac{F_{нд}}{F_n} \quad (4.4.92)$$

где  $F_{нд}$  – дополнительная динамическая нагрузка.

Величины  $F_{нд}$  и  $K_V$  зависят от погрешности профиля зуба и окружного шага, от окружной скорости, упругости деталей передачи, масс звеньев и др. Динамическую нагрузку, обусловленную погрешностями зацепления, не следует смешивать с динамической нагрузкой, вызванной резкими колебаниями внешней нагрузки на передачу.

При *предварительных* расчетах коэффициент динамичности нагрузки  $K_V$  выбирают приблизительно в пределах (1,0-1,6). Меньшие значения принимают при высокой степени точности изготовления и малой окружности скорости ( $v \leq 1$  м/с).

Коэффициент нагрузки  $K$  для предварительных расчетов можно принимать из диапазона (1,3-1,5), причем меньшие значения следует брать для тихоходных передач и прирабатывающихся материалов.

После определения размеров передачи значения  $K_{\beta}$  и  $K_V$  уточняют и, если необходимо, в расчет вносят поправки.

#### 4.4.2.6.1.4. РАСЧЕТ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ НА ПРОЧНОСТЬ ПО КОНТАКТНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Под действием силы нормального давления  $F_n$  в зоне контакта зубьев возникают циклические контактные напряжения  $\sigma_H$ , которые при определенных условиях могут привести к усталостному выкрашиванию или к пластической деформации рабочих поверхностей зубьев.

Контакт зубьев (рис. 4.4.32) можно *условно* отождествить с контактом двух *круговых* цилиндров, радиусы  $r_1$  и  $r_2$  которых равны *радиусам кривизны эвольвент*  $\rho_1$  и  $\rho_2$  в точке контакта.

Наибольшие контактные напряжения на поверхности сжимаемых цилиндров определяют по формулам (2.10.10) и (2.10.11), обобщенная запись которых для данного случая принимает вид:

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{q \frac{\rho_2 \pm \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}}, \quad (4.4.93)$$

где  $q$  – интенсивность нагрузки (нагрузка, распределенная по длине контактной линии);

$E_1$  и  $E_2$  – модули упругости первого рода материалов сопрягаемых колес.

В формуле (4.4.93) знак «+» относится к внешнему контакту двух цилиндров, знак «–» – к внутреннему контакту.

*Условие прочности* при расчете на *контактную* прочность на основании уравнения (4.4.93) можно записать в виде:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{q E_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}}}} \leq \sigma_{H_p}, \quad (4.4.94)$$

где  $\sigma_H$  — максимальное сжимающее (контактное) напряжение в центре площадки контакта ( $H$  – первая буква фамилии автора этой формулы Герца в латинской транскрипции);

$$q = \frac{F_n}{b}; \quad (4.4.95)$$

$F_n$  – нормальная сила в зацеплении;

$b$  – длина контактной линии;

$E_{\text{пр}}$  – приведенный модуль упругости первого рода;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}; \quad (4.4.96)$$

$\rho_{\text{пр}}$  – приведенный радиус кривизны контактирующих цилиндров;

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1}, \quad (4.4.97)$$

где знак «+» относится к внешнему контакту двух цилиндров, знак «-» – к внутреннему контакту.

$\sigma_{Hr}$  – допускаемые контактные напряжения.

Формула Герца справедлива при следующих допущениях:

- контакт происходит при статических условиях нагружения;
- сжимающая сила нормальна площадке контакта, т.е. на поверхности цилиндров нет касательных сил;
- смазка отсутствует;
- сжимаемые тела изготовлены из идеально упругих и однородных материалов.

Формула не учитывает и таких специфических факторов работы зубчатых передач, как гидродинамические явления, происходящие в слое смазки между контактирующими поверхностями, наличие динамических нагрузок и касательных сил трения, неравномерность нагрузки и т.д. Поэтому при использовании формулы Герца для расчета зубьев необходимо вводить поправочные коэффициенты.

Введем в формулу Герца коэффициент нагрузки  $K$  и преобразуем ее с целью большего удобства в практическом использовании.

Расчетная удельная нагрузка в этом случае будет равна:

$$q = \frac{KF_{нн}}{b} = \frac{KF_{тн}}{b \cos \alpha_{\omega}} = \frac{2KT_{2н}}{bd_{\omega 2} \cos \alpha_{\omega}} = \frac{2KT_{1н}}{bd_{\omega 1} \cos \alpha_{\omega}} = \frac{2KT_{2н}}{bd_{\omega 1} u \cos \alpha_{\omega}}, \quad (4.4.98)$$

где  $F_{нн}$  – номинальная нормальная сила в зацеплении;

$F_{тн}$  – номинальная окружная сила в зацеплении;

$T_{н1}$  – номинальный момент на шестерне;

$T_{н2}$  – номинальный момент на колесе;

$d_{\omega 1}$  – диаметр начальной окружности шестерни;

$d_{\omega 2}$  – диаметр начальной окружности колеса;

$u$  – передаточное число зубчатой пары.

$b$  – ширина зубчатого венца колеса.

Как отмечалось в разделе 4.4.2.6.1.2, зона *минимальной контактной прочности* зуба находится на ножке зуба вблизи начальной окружности. Поэтому при выводе формул для прочностного расчета передачи по контактным напряжениям рассмотрим случай, когда контакт профилей происходит в полюсе зацепления (рис. 4.4.33).

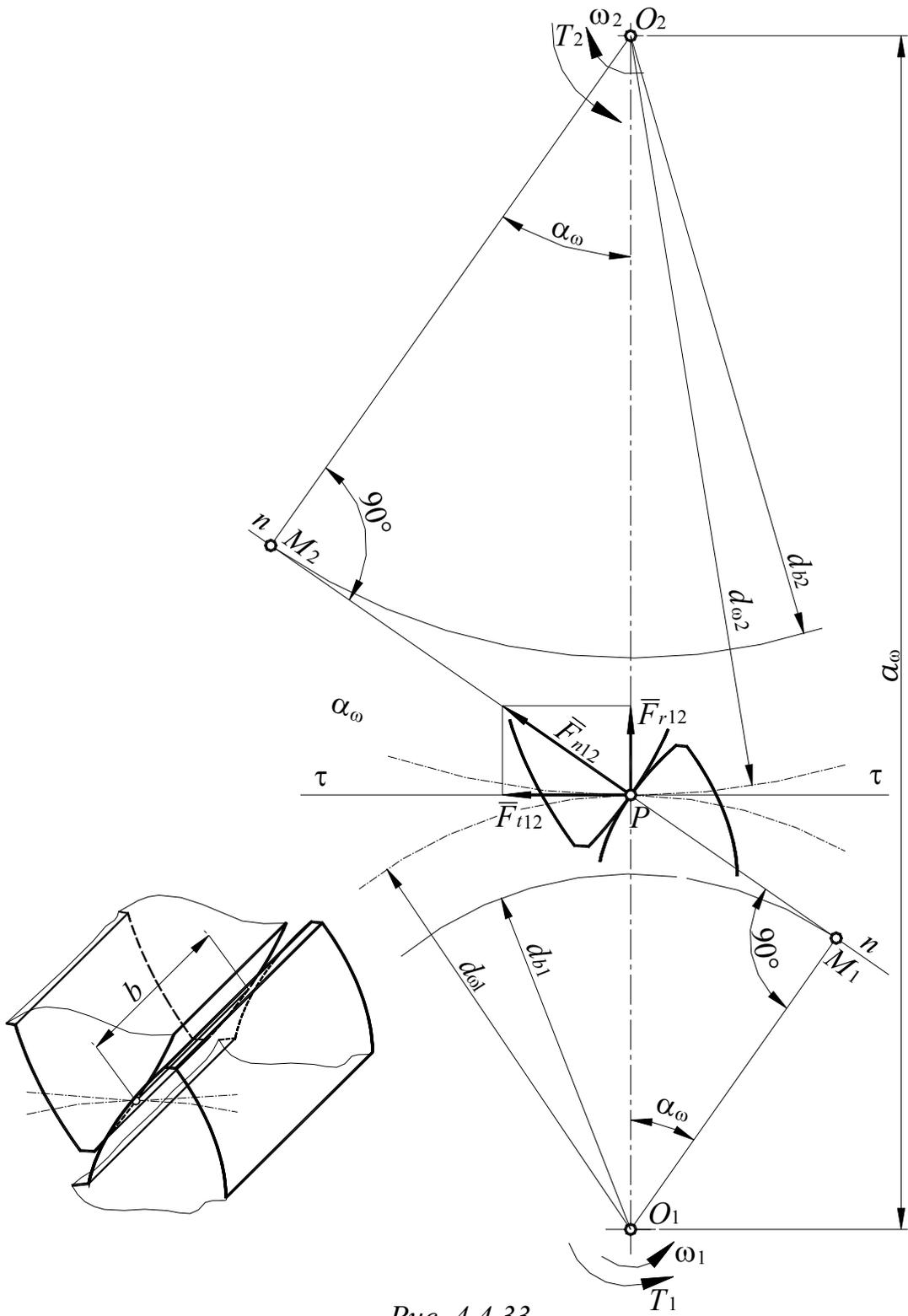


Рис. 4.4.33

Приведенный радиус кривизны профилей зубьев в полюсе зацепления определяем, воспользовавшись формулой (4.4.2):

$$\rho_1 = \overline{M_1 P} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_\omega = \frac{d_{\omega 1}}{2} \sin \alpha_\omega, \quad (4.4.99)$$

$$\rho_2 = \overline{M_2 P} = r_{b2} \operatorname{tg} \alpha_\omega = \frac{d_{\omega 2}}{2} \sin \alpha_\omega, \quad (4.4.100)$$

$$\rho_{\text{пр}} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \pm \rho_1} = \frac{d_{\omega 1} d_{\omega 2} \sin \alpha_\omega}{2(d_{\omega 2} \pm d_{\omega 1})} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_\omega}{2(u \pm 1)}. \quad (4.4.101)$$

На основании формул (4.4.84) и (4.4.121):

$$a_\omega = \frac{d_{\omega 1}(u \pm 1)}{2}. \quad (4.4.102)$$

Тогда:

$$d_{\omega 1} = \frac{2a_\omega}{u \pm 1}. \quad (4.4.103)$$

Подставив в формулу (4.4.94) вместо  $q$  его значение из (4.4.98) и вместо  $\rho_{\text{пр}}$  его значение из (4.4.101), после преобразований получим:

$$\sigma_H = \frac{1,182}{d_{\omega 1} u} \sqrt{\frac{KT_{2H}(u \pm 1)E_{\text{пр}}}{b \sin 2\alpha_\omega}} \leq \sigma_{Hp}. \quad (4.4.104)$$

Из формулы (4.4.104) видно, что контактное напряжение зависит от величины межосевого расстояния  $a_\omega$  и передаточного числа  $u$  и не зависит от модуля  $m$ . Формулу (4.4.104) используют при *проверочных* расчетах колес.

В *проектных* расчетах ширину венца колеса  $b$  выражают через коэффициент относительной ширины колеса  $\psi_{ba}$ , равный:

$$\psi_{ba} = \frac{b}{a_\omega}. \quad (4.4.105)$$

Подставив в формулу (4.4.104) вместо  $d_{\omega 1}$  его значение из (4.4.103) а вместо  $b$  его значение из (4.4.105), после преобразований получим:

$$a_\omega \geq 0,7(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{KT_{2H}E_{\text{пр}}}{\sigma_H^2 u^2 \psi_{ba} \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.106)$$

Далее расчет передачи производится по формулам, приведенным в разделе 4.4.2.4.

#### 4.4.2.6.1.5. РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ НА ПРОЧНОСТЬ ПО ИЗГИБНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Практикой эксплуатации установлено, что для передач 7-9 степеней точности деформации зубьев в зоне контакта не мо-

гут полностью компенсировать неизбежные погрешности шагов зацепления сопрягаемых колес. Поэтому при расчете зубьев на прочность принимают, что вся нагрузка передается *одной* парой зубьев в течение всего периода зацепления.

Поскольку коэффициент трения  $f$  в зацеплении имеет небольшое значение (0,05-0,08), то и возникающая при скольжении зубьев сила трения будет относительно мала, поэтому ее влиянием на величину суммарного напряжения в теле зуба пренебрегают.

Представим зуб, как консольную балку, закрепленную у основания и нагруженную на конце консоли нормальной к поверхности силой  $F_n$ . В процессе зацепления точка приложения силы к зубу перемещается по рабочему участку профиля зуба (рис. 4.4.32).

Рассмотрим случай, когда сила, действующая на зуб, приложена к вершине зуба, т.е. когда плечо силы относительно сечения зуба у его основания максимально (рис. 4.4.34).

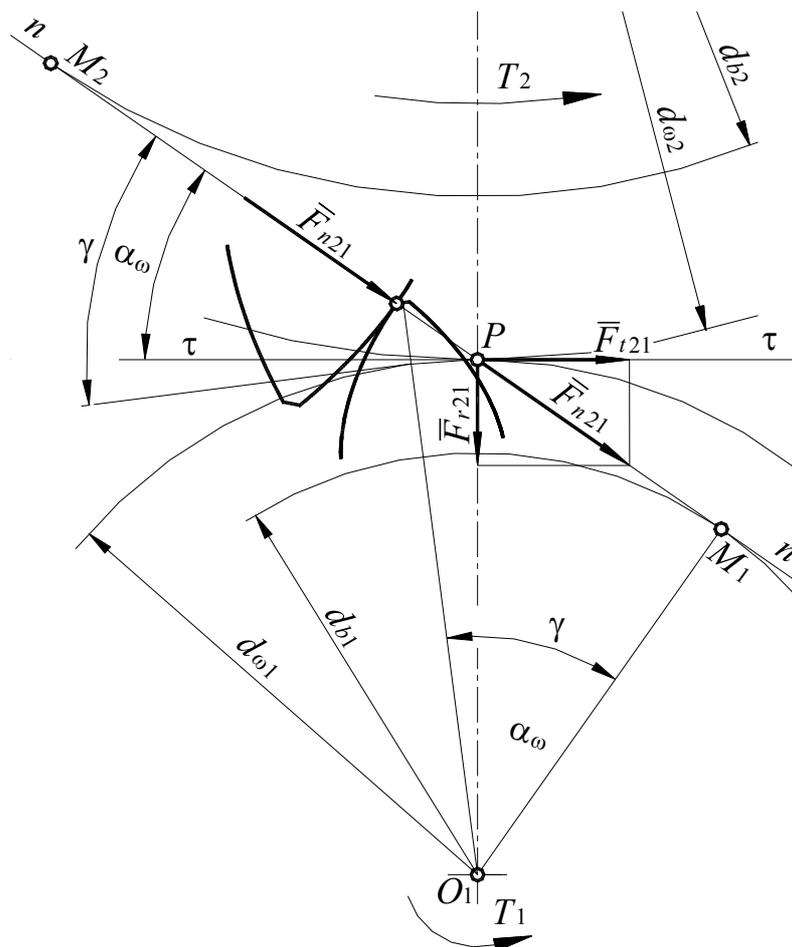


Рис. 3.5.34

Угол  $\gamma$  между линией действия силы  $F_n$  и нормалью к оси симметрии зуба в рассматриваемый момент времени несколько больше угла зацепления  $\alpha_\omega$ . С достаточной для практики точностью можно принять, что:

$$\gamma \approx \alpha_\omega \quad (4.4.107)$$

Перенесем точку приложения силы  $F_n$  с поверхности зуба на ось его симметрии в точку  $C$  и, с учетом (4.4.107), разложим силу  $F_n$  на две составляющие: изгибающую  $F_n \cos \alpha_\omega$  и сжимающую  $F_n \sin \alpha_\omega$  (рис. 4.4.35).

Для нахождения опасного сечения построим на оси симметрии зуба квадратичную параболу с вершиной в точке  $C$  так, чтобы эта кривая касалась профиля зуба. Такая парабола очерчивает сечение консольной балки равного сопротивления изгибу, поэтому точки  $A$  и  $B$  касания ее с боковой поверхностью зуба определяют положение опасного сечения  $AB$ . При этом учитывается, что напряжения сжатия малы по сравнению с напряжениями изгиба и не оказывают существенного влияния на прочность зуба.

Эпюры напряжений изгиба  $\sigma_F$ , сжатия  $\sigma_{сж}$  и суммарных напряжений показаны на рис. 4.4.35.

Расчет зуба на изгиб ведут по той стороне зуба, на которой находятся *растянутые* волокна, так как именно в зоне  $A$  на *растянутой* стороне при эксплуатации появляются усталостные трещины и начинается разрушение зуба.

Номинальные напряжения в опасном сечении с учетом уравнений (4.4.83), (4.4.84) равны:

$$\sigma = \sigma_F - \sigma_{сж} = \frac{M}{W} - \frac{F_n \sin \alpha_\omega}{A} = \frac{M}{W} - \frac{F_r}{A} \leq \sigma_{Fp}, \quad (4.4.108)$$

где  $M$  — изгибающий момент в опасном сечении;

$$M = F_n l \cos \alpha_\omega = F_t l; \quad (4.4.109)$$

$W$  — осевой момент сопротивления опасного сечения зуба;

$$W = \frac{bs^2}{6}; \quad (4.4.110)$$

$A$  — площадь опасного сечения;

$$A = bs; \quad (4.4.111)$$

$l$  — плечо изгибающей силы  $F_n \cos \gamma$ ;

$b$  — длина зуба (ширина зубчатого венца колеса);

$s$  — толщина зуба по хорде в опасном сечении;

$\sigma_{Fp}$  — допускаемое напряжение.

Подставив значения величин  $M$ ,  $W$ ,  $A$  из формул (4.4.109)-(4.4.111) в формулу (4.4.108), с учетом коэффициента нагрузки  $K$ , а также умножив числитель и знаменатель дроби на  $m$ , получим:

$$\sigma = \frac{KF_t}{bm} \left( \frac{6lm}{s^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha_\omega}{s} \right) \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.112)$$

Введем обозначение:

$$\frac{1}{Y_F} = \frac{6lm}{s^2} - \frac{m \operatorname{tg} \alpha_\omega}{s}, \quad (4.4.113)$$

где  $Y_F$  – коэффициент формы зуба, характеризующий положение наиболее опасного сечения зуба (он зависит от формы зубьев, числа зубьев шестерни и от коэффициента смещения исходного контура).

Тогда уравнение прочности при изгибе (4.4.112) примет вид:

$$\sigma = \frac{KF_t}{mbY_F} \leq \sigma_{Fp} \quad (4.4.114)$$

Величину коэффициента формы зуба  $Y_F$  определяют либо по таблицам, либо по графикам, приводимым в специальной литературе.

В качестве примера на рис. 4.4.36 приведены графики для определения  $Y_F$  для колес внешнего зацепления.

*Проверочные* расчеты на изгиб по формуле (4.4.114) выполняют в тех случаях, когда основным критерием работоспособности заведомо является контактная прочность. В этом случае после определения  $a_\omega$  из расчета на контактную прочность задаются величиной модуля и числом зубьев. Обычно принимают  $m = (0,01 - 0,02)a_\omega$  для улучшенных колес или  $m = (0,016 - 0,030)a_\omega$  для закаленных зубьев. В силовых передачах не рекомендуется принимать модуль меньше (1,5-2) мм.

Для большинства *открытых* передач, а также для передач, у которых зубья закалены до высокой твердости, прочность на изгиб является основным критерием работоспособности.

В этом случае расчетным параметром является модуль зацепления  $m$ .

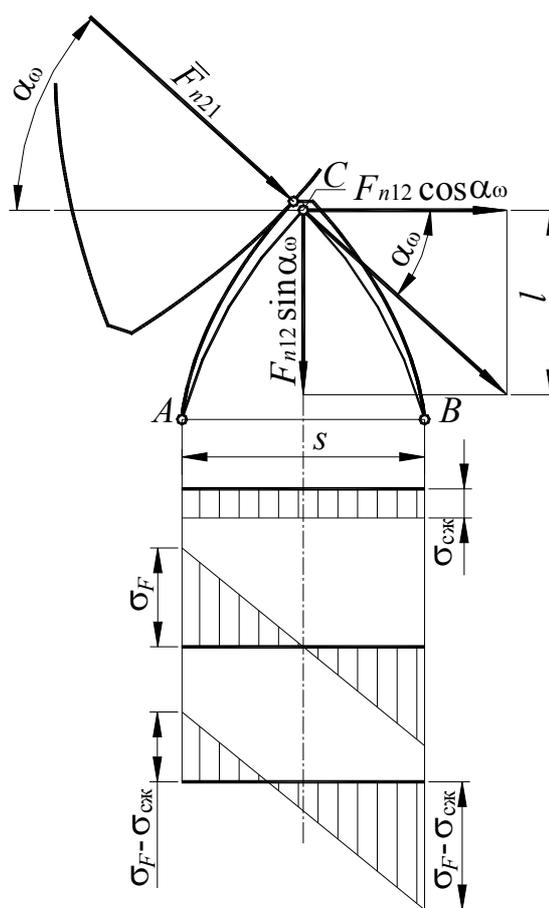


Рис. 4.4.35

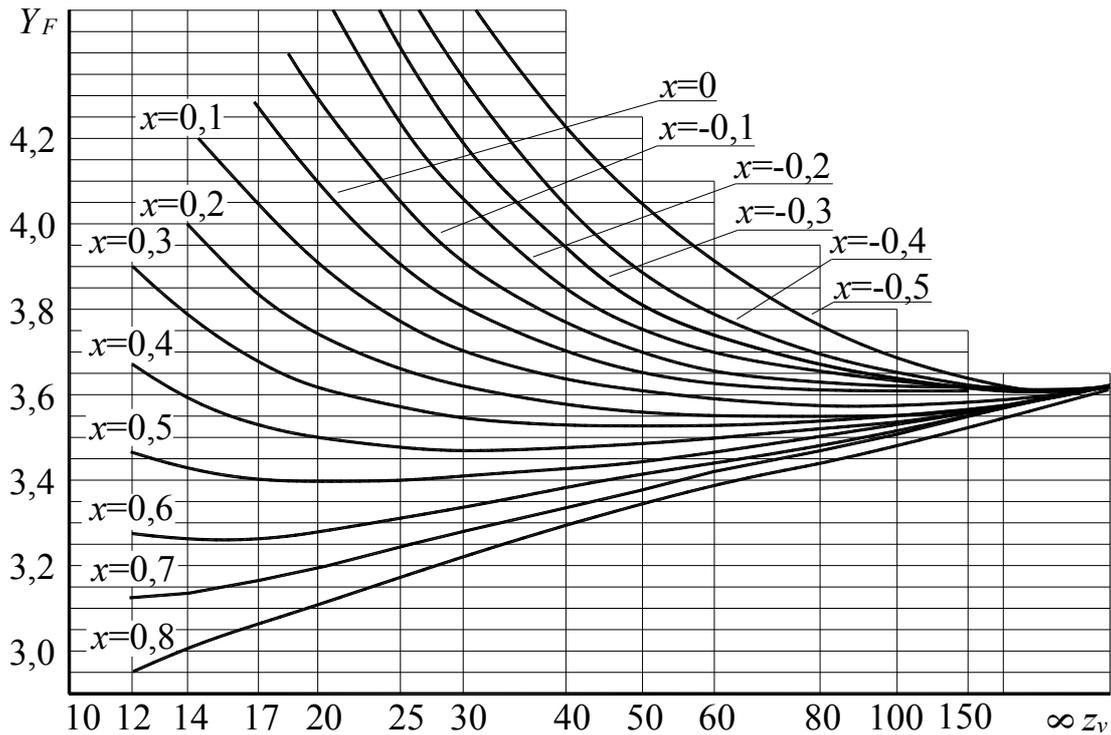


Рис. 4.4.36

Для проектного расчета преобразуем формулу (4.4.114). При таком расчете передача предварительно рассчитывается *без смещения*. Тогда, в соответствии с формулой (4.4.77) угол зацепления передачи  $\alpha_\omega$  равен:

$$\alpha_\omega = \alpha, \quad (4.4.115)$$

где  $\alpha$  – профильный угол исходного контура, равный  $20^\circ$ .

На основании формул (4.4.82) и (4.4.83) с учетом (4.4.115) для передачи *без смещения* можно записать:

$$d_\omega = d = mz. \quad (4.4.116)$$

Введем в расчет коэффициент ширины зубчатого венца  $\psi_{bm}$ , определяемый по формуле:

$$\psi_{bm} = \frac{b}{m} \quad (4.4.117)$$

Из формулы (4.4.98) с учетом (4.4.116) получаем:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2} \quad (4.4.118)$$

Из формулы (4.4.114) с учетом (4.4.116) – (4.4.118) после преобразований получим формулу для определения величины *модуля зацепления*:

$$m \geq 3 \sqrt{\frac{2KT}{\sigma_{Fp} z \psi_{bm} Y_F}} \quad (4.4.119)$$

Расчет по формуле (4.4.119) при одинаковых материалах пары со-  
прягаемых колес следует вести по шестерне. При разных материалах  
расчет проводят по тому из колес, у которого отношение  $\frac{\sigma_F}{Y_F}$  меньше.

Полученное значение  $m$  округляют до стандартного, а затем опре-  
деляют остальные параметры передачи.

#### 4.4.2.6.2. ОСОБЕННОСТИ ПРОЧНОСТНОГО РАСЧЕТА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОСОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧ ПО СРАВНЕНИЮ С ПРЯМОЗУБЫМИ

##### 4.4.2.6.2.1. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ЗАЦЕПЛЕНИИ

Вектор силы полного давления зуба ведущего колеса на зуб ведомо-  
го  $F_n$  лежит в плоскости  $n-n$  и направлен нормально к образующей по-  
верхности зуба (рис. 4.4.37). В этой плоскости вектор  $F_n$  перпендикулярен  
к профилям в точке касания зубьев, совпадает с линией зацепления и может  
быть разложен по трем взаимно перпендикулярным направлениям на три  
составляющие:

- окружную  $F_t$ ,
- радиальную  $F_r$ ,
- осевую  $F_a$ .

$$F_t = \frac{2T}{d_\omega}, \quad (4.4.120)$$

$$F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_\omega}{\cos \beta_\omega}, \quad (4.4.121)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_\omega. \quad (4.4.122)$$

Нормальная сила  $F_n$   
равна:

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_\omega \cos \beta_\omega}. \quad (4.4.123)$$

Наличие осевой силы  $F_a$ , дополнительно нагружающей опоры ва-  
лов и возрастающей с увеличением угла  $\beta$  наклона зубьев, является ос-  
новным недостатком косозубых передач.

##### 4.4.2.6.2.2. РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ ПО КОНТАКТНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Расчет зубьев *косозубых* колес на выносливость по *контактным*  
напряжениям проводят по формуле Герца (4.4.94).

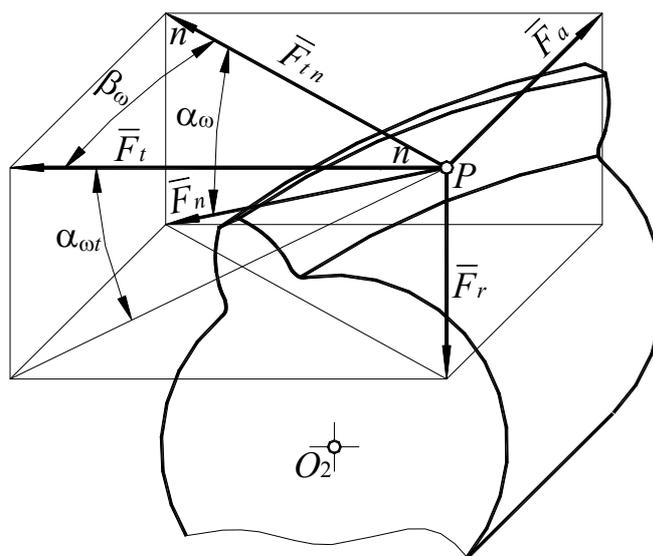


Рис. 4.4.37

Так как нормальная к профилю зуба сила  $F_n$  действует в нормальном к зубу сечении  $mn$  рис. 4.4.37, то расчет производят для этого сечения.

Как отмечалось в разделе 4.4.2.5.2, косозубые цилиндрические колеса, изготовленные методом обкатки, имеют *теоретически правильный эвольвентный профиль зуба* только в *плоскости обкатки*, то есть в *торцовом сечении*. В *нормальном сечении* профиль зуба несколько отличается от эвольвентного. При прочностных расчетах этим отклонением пренебрегают, считая, что нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю *эквивалентного* прямозубого колеса (рис. 4.4.29). Тогда в соответствии с формулами (4.4.99)-(4.4.101) и (4.4.62) для *нормального сечения*  $mn$  получим:

$$\rho_1 = \frac{d_{\omega 1} \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}}, \quad (4.4.124)$$

$$\rho_2 = \frac{d_{\omega 2} \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2 \cos^2 \beta_{\omega}}, \quad (4.4.125)$$

$$\rho_{np} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_{\omega}}{2(u \pm 1) \cos^2 \beta_{\omega}}. \quad (4.4.126)$$

В отличие от прямозубых передач, в которых зубья сопрягаемых колес входят в зацепление сразу по всей длине зуба, в косозубых передачах зубья сопрягаемых колес входят в зацепление постепенно (рис. 4.4.25-4.4.27), соответственно они нагружаются и разгружаются также постепенно. При такой геометрии зацепления значительно увеличивается коэффициент перекрытия и в прочностном расчете следует учитывать распределение передаваемой нагрузки между несколькими парами зубьев сопряженных колес передачи по суммарной длине контактных линий  $l_{\Sigma}$ , которая больше ширины колеса  $b$  (рис. 4.4.38).

В этом случае формула (4.4.98) для определения *расчетной удельной нагрузки* принимает вид:

$$q = \frac{KF_{mH}}{l_{\Sigma}}, \quad (4.4.127)$$

Если коэффициент торцового  $\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{P_{bt}}$  (или осевого  $\varepsilon_{\beta}$ ) перекрытия равен целому числу (рис. 3.5.38), то суммарная длина контактных линий  $l_{\Sigma}$  будет постоянной в течение всего времени зацепления:

$$l_{\Sigma} = \frac{b\varepsilon_{\alpha}}{\cos \beta_b} \quad (3.5.128)$$

где  $\beta_b$  – угол наклона винтовой линии зуба на основном цилиндре.

Действительно, как видно из рис. 3.5.38, при повороте шестерни, например, по направлению вращения часовой стрелки несколько увеличится длина контактной линии 1, но настолько же уменьшится длина линии 3. При этом длина контактной линии 2 не меняется. В результате, независимо от углового положения зубчатых колес суммарная длина контактных линий остается неизменной. Если указанное условие не соблюдается, величина  $l_{\Sigma}$  будет периодически изменяться при вращении колес.

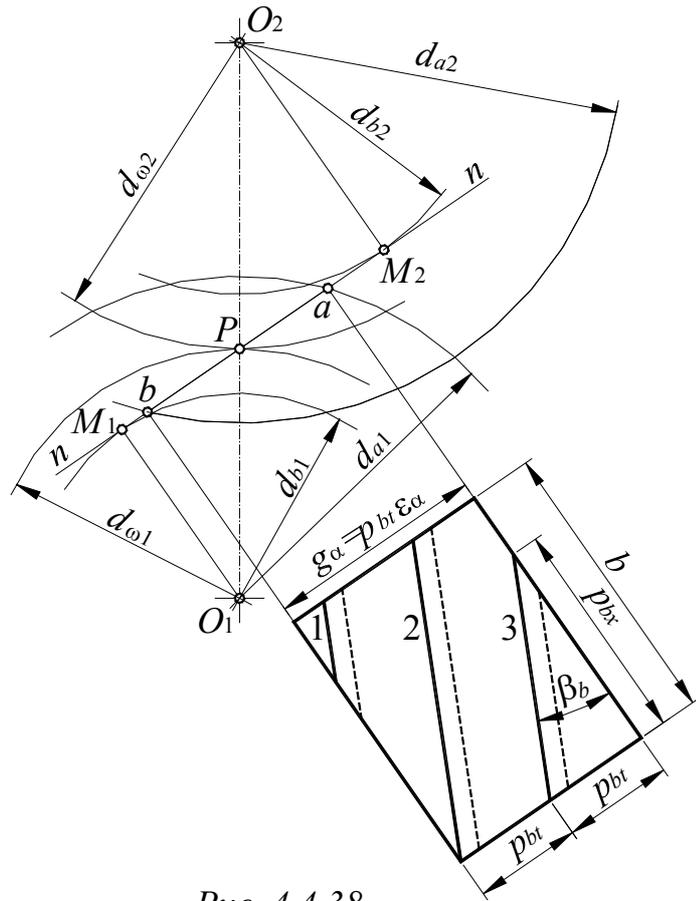


Рис. 4.4.38

Поскольку в большинстве случаев коэффициент торцового перекрытия  $\epsilon_{\alpha}$  не является целым числом, то рекомендуется проектировать передачу так, чтобы целому числу равнялся коэффициент осевого перекрытия  $\epsilon_{\beta}$ . При этом суммарная длина контактных линий  $l_{\Sigma}$  будет постоянной.

С небольшой погрешностью можно принять:

$$\cos \beta_b \approx \cos \beta_{\omega}. \quad (4.4.129)$$

Тогда с учетом (4.4.128) и (4.4.129) формула (4.4.127) для определения расчетной удельной нагрузки преобразуется к виду:

$$q = \frac{KF_{нн} \cos \beta_{\omega}}{b \epsilon_{\alpha}} \quad (4.4.130)$$

или, с учетом зависимости (4.4.123):

$$q = \frac{KF_{нн}}{b \epsilon_{\alpha} \cos \alpha_{\omega}}. \quad (4.4.131)$$

Подставив значения  $q$  из (4.4.131),  $\rho_{пр}$  из (4.4.126) в формулу (4.4.94), с учетом (4.4.98) получим формулу для проверочных расчетов косозубой передачи по контактным напряжениям:

$$\sigma_H = \frac{1,182 \cos \beta_\omega}{d_{\omega 1} u} \sqrt{\frac{KT_{2H}(u \pm 1)E_{\text{пр}}}{b \varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_\omega}} \leq \sigma_{Hр} \quad (4.4.132)$$

Для *проектных* расчетов преобразуем формулу (4.4.132), учтя зависимости (4.4.102) и (4.4.105):

$$a_\omega \geq 0,7(u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{KT_{2H}E_{\text{пр}} \cos^2 \beta_\omega}{\sigma_H^2 u^2 \psi_{ba} \varepsilon_\alpha \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.133)$$

#### 4.4.2.6.2.3. РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ ПО НАПРЯЖЕНИЯМ ИЗГИБА

Данный расчет, как и расчет по контактной прочности, проводят для нормального к зубу сечения  $nn$  (рис. 4.4.37). Так как в этом сечении получается прямозубое эллипсоидное колесо (рис. 4.4.29), то для расчета *косозубой* передачи возможно использование формулы (4.4.114), полученной ранее для расчета *прямозубой* передачи по *изгибным* напряжениям, с некоторой ее коррекцией.

Так как нормальный профиль зуба прямозубого колеса соответствует эвольвентному профилю *эквивалентного* прямозубого колеса (рис. 4.4.29), величину *коэффициента формы* зуба  $Y_F$  определяют по таблицам, либо по графикам вида  $Y_F = f(z)$  в зависимости от числа зубьев *эквивалентного* прямозубого колеса  $z_v$ , которое определяется по формуле (4.4.69).

Изгибающая сила  $F_{tn}$ , лежащая в нормальной плоскости  $nn$  (рис. 4.4.37) равна:

$$F_{tn} = \frac{F_t}{\cos \beta_\omega}. \quad (4.4.134)$$

Тогда *уравнение прочности* по *изгибным* напряжениям для косозубых передач примет вид:

$$\sigma_F = \frac{KF_{tn}}{m_n b Y_F} \leq \sigma_{Fр}. \quad (4.4.135)$$

Из формулы (4.4.135) с учетом (4.4.116) – (4.4.118) после преобразований получим формулу для определения величины *нормального* модуля зацепления косозубой передачи, которая используется при *проектных* расчетах:

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{2KT}{\sigma_{Fр} z \psi_{bm} Y_F \cos \beta_\omega}}. \quad (4.4.136)$$

### 4.4.3. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

#### 4.4.3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Пространственные зубчатые передачи применяются для передачи вращательного движения между пересекающимися и скрещивающимися осями. Наиболее распространенными *пространственными* передачами являются *конические* и *червячные* передачи, которые и являются предметом изучения данного курса.

#### 4.4.3.2. КОНИЧЕСКИЕ ПЕРЕДАЧИ

##### 4.4.3.2.1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ В КОСОЗУБОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧЕ

Конические колеса применяются для передачи вращения с постоянным передаточным отношением между валами, оси которых пересекаются под некоторым углом  $\Sigma$  (рис. 4.4.3, 4.4.39).

Рассмотрим коническую передачу без смещения исходного профиля, в которых  $d = d_{\omega}$ .

*Аксоидами* в относительном движении конических зубчатых колес 1 и 2 (рис. 4.4.39) являются два конуса (рис. 4.4.40).

*Аксойды* представляют собой геометрическое место мгновенных осей вращения  $OP$  в относительном движении конических колес. Общая вершина конусов находится в точке  $O$  пересечения их осей. Мгновенная ось вращения  $OP$  в относительном движении звеньев является общей образующей *аксойдов* 1 и 2, перекатывающихся друг по другу без скольжения. Эти конусы по аналогии с *центрами* (начальными окружностями цилиндрических колес) называют *начальными*.

Углы  $\delta_1$  и  $\delta_2$  между образующей начальных конусов и их осями вращения в сумме равны центральному углу  $\Sigma$ , в теории зацепления называемому *межосевым углом передачи*.

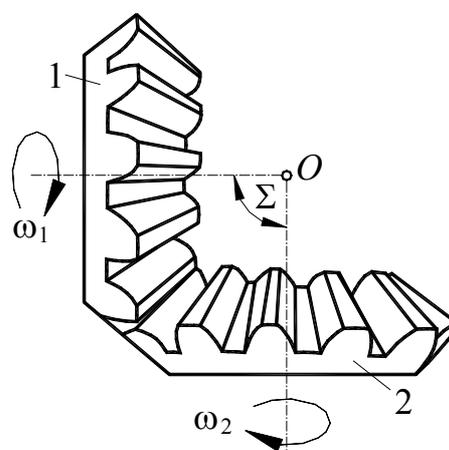


Рис. 4.4.39

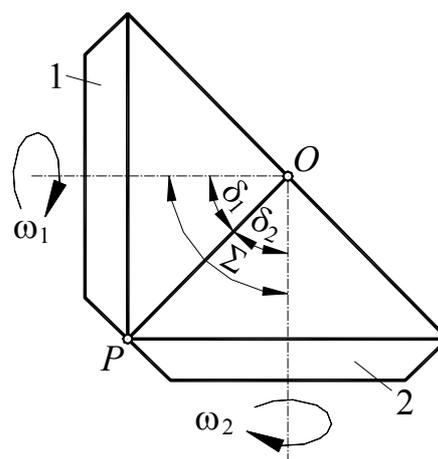


Рис. 4.4.40

В конической передаче при относительном движении колес точки, не лежащие на осях вращения  $OO_1$  и  $OO_2$ , перемещаются по сферическим поверхностям, которые имеют общий геометрический центр  $O$ , совпадающий с точкой пересечения осей  $OO_1$  и  $OO_2$  (рис. 4.4.41).

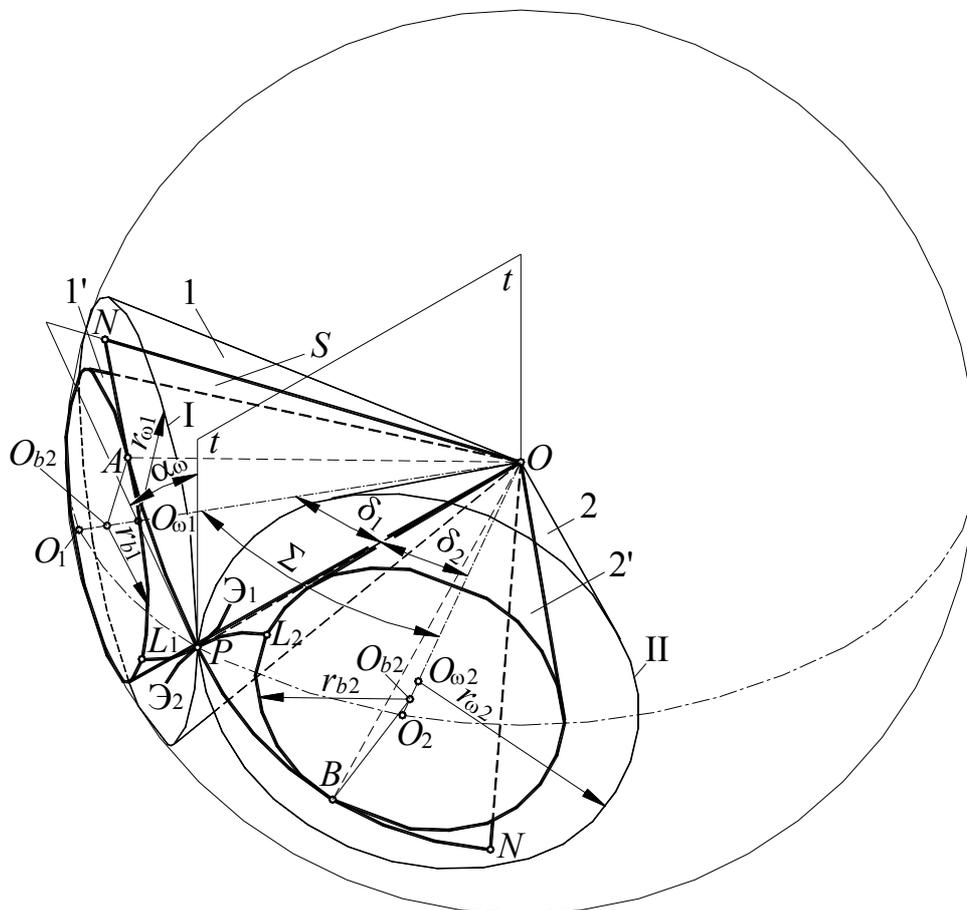


Рис. 4.4.41

Образование зубьев конических колес можно представить себе следующим образом. Пересечем начальные конусы какой-либо сферой с центром в точке  $O$ . Тогда в пересечении получим две окружности I и II, соприкасающиеся в точке  $P$ . Рассмотрение перекатывания без скольжения начальных конусов может быть заменено рассмотрением перекатывания окружностей I и II одной по другой без скольжения. Так как окружности I и II лежат на сфере, то вместо образующей прямой мы получаем образующую дугу  $NN$  на сфере. Число сфер, которыми можно пересечь указанные конусы, бесконечно, и для каждой сферы можно получить соответствующие окружности, аналогичные окружностям I и II, и образующие дуги, аналогичные дуге  $NN$ . Геометрическое место всех образующих дуг  $NN$  есть некоторая плоскость  $S$ , содержащая прямую  $OP$  и наклоненная к плоскости  $tt$ , касательной к начальным конусам, под углом  $\alpha_{\omega}$ .

Угол  $\alpha_{\omega}$  является *углом зацепления*, а плоскость  $S$  — *образующей плоскостью*.

Если из точек оси  $OO_1$  опустить перпендикуляры на плоскость  $S$ , то эти перпендикуляры образуют плоскость, содержащую ось  $OO_1$  и перпендикулярную к плоскости  $S$ . В пересечении этой плоскости с плоскостью  $S$  получаем прямую  $AO$ . Вращением прямой  $AO$  вокруг оси  $OO_1$  получается конус  $1'$ , который называется *основным конусом*. Плоскость  $S$  касательна к основному конусу. Аналогично может быть построен второй основной конус  $2'$ . Профили зубьев могут быть образованы перекатыванием без скольжения плоскости  $S$  по основным конусам. В результате этого перекатывания на поверхности сферы получают *сферические эвольвенты*.

При качении плоскости  $S$  по основному конусу  $1'$  точка плоскости  $S$ , совпадающая с точкой  $P$ , опишет *сферическую эвольвенту*  $L_1PЭ_1$ , а при качении по основному конусу  $2$  — сферическую эвольвенту  $L_2PЭ_2$ . При качении окружностей I и II эвольвенты  $L_1PЭ_1$  и  $L_2PЭ_2$  перекатываются со скольжением одна по другой. Если такие же сферические эвольвенты построить для других точек плоскости  $S$ , расположенных на прямой  $OP$ , то эти эвольвенты будут образовывать поверхности зубьев эвольвентного конического зацепления. Таким образом, передача вращения между конусами 1 и 2 осуществляется качением со скольжением сопряженных сферических эвольвентных поверхностей. Рассмотренное выше построение позволяет получить *теоретически точное коническое эвольвентное зацепление*.

Профили такого зацепления представлены на рис. 4.4.42.

Проектирование и выполнение *точного* эвольвентного конического зацепления сопряжено со многими практическими трудностями, так как сфера не разворачивается на плоскость, а обработка зубьев конических колес по *сферической эвольвенте* технологически сложна. Поэтому на практике обычно применяют *приближенный* способ профилирования зубьев эвольвентных конических колес. Этот метод заключается в следующем.

При рассмотрении *точного* очертания зубьев конических колес (рис. 4.4.43), очевидно, что торцовые поверхности зубьев, расположенные между окружностями головок и ножек на сфере, образуют некоторые сферические пояса шириной  $a$ . Ширина поясов  $a$  мала

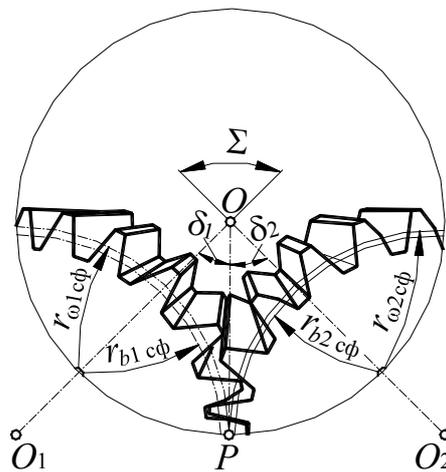


Рис. 4.4.42

по сравнению с радиусом  $R$  той сферы, на которой эти пояса расположены. Поэтому можно с достаточной для практики точностью заменить сферические пояса поясами, лежащими на конусах, образующие которых касательны к сфере радиуса  $R$  в точках, принадлежащих окружностям I и II.

Рассмотрим два начальных конуса в их проекции на плоскость, содержащую оси начальных конусов (рис. 4.4.44).

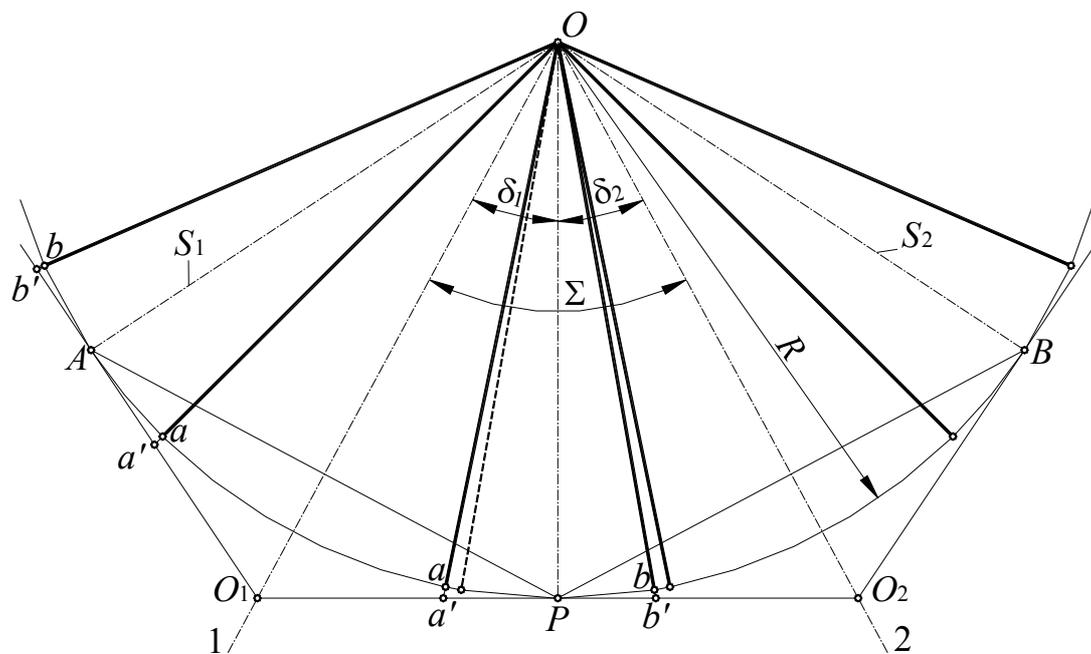


Рис. 4.4.44

Построение конусов, на поверхности которых лежат торцовые поверхности зубьев, может быть сделано следующим образом. Пусть начальный конус  $S_1$  проектируется в виде треугольника  $AOP$ . При *точном* построении профиля конус головок проецируется в виде треугольника  $bOb$ , а конус ножек — в виде треугольника  $aOa$ .

При *точном* проектировании сечения торцовых поверхностей зубьев плоскость проекций представляется в виде дуг  $ab$ , лежащих на проекции сферы радиуса  $R$ .

Так как конусы, на которых должны лежать торцовые поверхности приближенных профилей зубьев, должны касаться сферы по начальным окружностям, то для нахождения проекций этих конусов через точку  $P$  проводим прямую  $O_1O_2$ , перпендикулярную к прямой  $OP$ . В пересечении с осями 1 и 2 получаем точки  $O_1$  и  $O_2$ , представляющие собой вершины искомых конусов. Проекцией конуса первого колеса является треугольник  $O_1AP$ , а проекцией конуса второго колеса — треугольник  $O_2BP$ . Соответствующие сечения профилей торцов изображаются прямыми  $a'b'$ , лежащими на построенном конусе. Таким образом, вместо

кривых  $ab$  мы получаем в сечении прямые  $a'b'$ . Очевидно, что чем больше отношение радиуса сферы  $R$  к высоте зубьев, тем меньше ошибка, возникающая при замене построения профилей зубьев, образованных сферическими эвольвентами, построением зубьев на поверхности конусов  $O_1AP$  и  $O_2BP$ . Конусы с вершинами в точках  $O_1$  и  $O_2$  называют дополнительными конусами. Дополнительные конусы могут быть развернуты на плоскость, и, следовательно, построение профилей зубьев сведется к построению их на плоскости.

Рассмотрим геометрические и кинематические взаимосвязи в конической передаче (рис. 4.4.45).

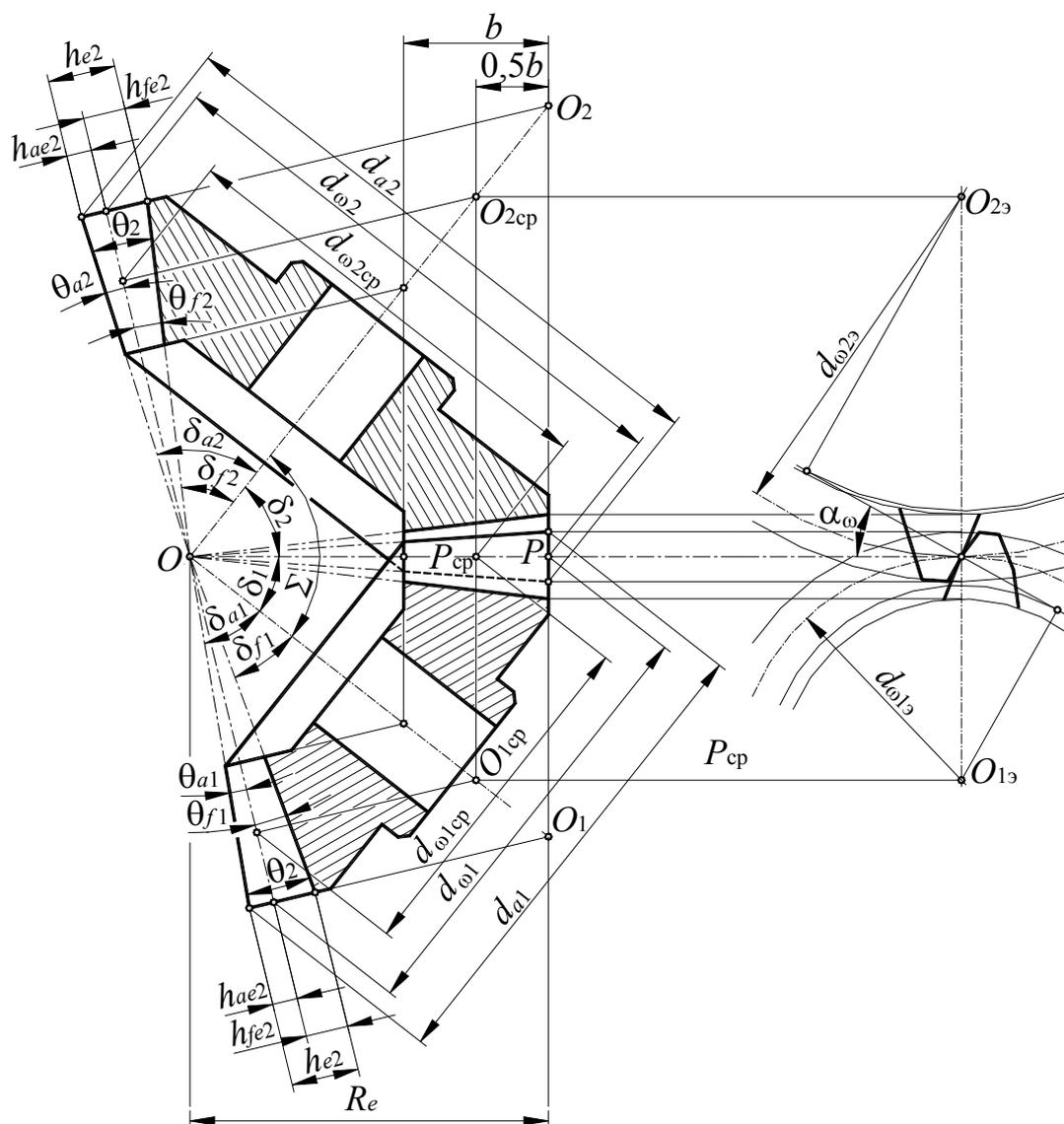


Рис. 4.4.45

Так как относительное скольжение начальных конусов в зубчатой отсутствует, то их скорость в полюсной точке  $P$  равна:

$$v_{P1} = v_{P2} = v_P \quad (4.4.137)$$

Следовательно:

$$\omega_1 \frac{d_{\omega 1}}{2} = \omega_2 \frac{d_{\omega 2}}{2}. \quad (4.4.138)$$

Передаточное отношение в этом случае будет равно:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.4.139)$$

Передаточное число  $u$  определяется как:

$$u = \frac{d_{\omega 2}}{d_{\omega 1}}. \quad (4.4.140)$$

Из рис. 4.4.45 очевидно, что:

$$R_e = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2}. \quad (4.4.141)$$

Расстояние  $R_e$  называется *внешним конусным расстоянием*.

Запишем формулу (4.4.140) с учетом (4.4.141) в виде:

$$u = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad (4.4.142)$$

Так как начальные конусы перекатываются друг по другу по общей образующей  $OP$  и имеют общую вершину  $O$ , находящуюся в точке пересечения осей колес (рис. 4.4.41, 4.4.45), то получаем:

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2. \quad (4.4.143)$$

Из формулы (4.4.142) с учетом (4.4.143) получаем:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}, \quad (4.4.144)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{u \sin \Sigma}{1 + u \cos \Sigma}. \quad (4.4.145)$$

В подавляющем большинстве случаев *межосевой угол передачи*  $\Sigma$  равен  $90^\circ$ . Такие передачи называют *ортогональными* коническими передачами.

Для этого случая формула (4.4.142)–(4.4.145) принимает вид:

$$u = \frac{\sin(90^\circ - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \frac{\cos \delta_1}{\sin \delta_1} = \operatorname{ctg} \delta_1, \quad (4.4.146)$$

$$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ, \quad (4.4.147)$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u}, \quad (4.4.148)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = u. \quad (4.4.149)$$

Рассмотрим построение эвольвентных зубьев на поверхностях наружных *дополнительных* конусов с вершинами  $O_1$  и  $O_2$ , оси которых совпадают с осями проектируемых колес, а образующие перпендикулярны к образующим делительных конусов. Как отмечалось выше, дополнительные конусы могут быть развернуты на плоскость. Для этого из точек  $O_1$  и  $O_2$  проводим окружности радиусов  $O_1P$  и  $O_2P$  (рис. 4.4.46).

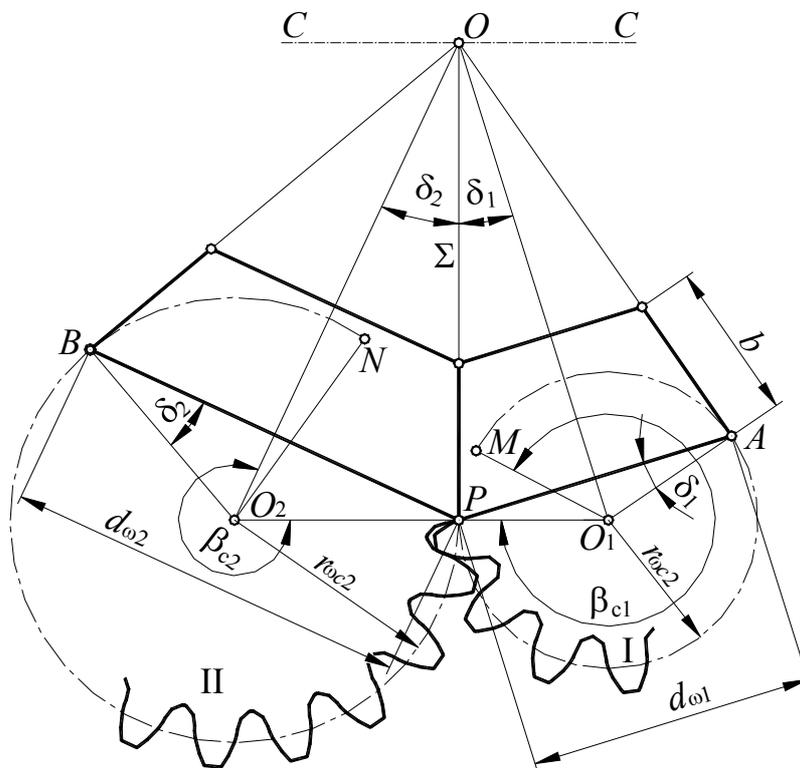


Рис. 4.4.46

Принимая эти окружности за начальные, строим плоское зацепление по правилам, изложенным ранее для цилиндрических прямозубых колес (см. раздел 4.4.2.4).

Построенные зубчатые секторы I и II сворачиваем в конуса (соединяем попарно линии  $NO_2$  с  $PO_2$  и  $MO_1$  с  $PO_1$ ) и соединяем их с дополнительными конусами (рис. 4.4.45).

Соединяя все точки полученных профилей с вершиной делительных конусов, получаем боковые поверхности зубьев.

Радиусы начальных окружностей секторов определяют по формулам:

$$r_{\omega c1} = O_1P = \frac{d_{\omega 1}}{2 \cos \delta_1}, \quad (4.4.150)$$

$$r_{\omega c2} = O_2P = \frac{d_{\omega 2}}{2 \cos \delta_2}. \quad (4.4.151)$$

Центральные углы зубчатых секторов  $\beta_{c1}$  и  $\beta_{c2}$  можно получить из условий:

$$\overline{MAP} = r_{\omega c1} \beta_{c1} = \pi d_{\omega 1}, \quad (4.4.152)$$

$$\overline{NBP} = r_{\omega c2} \beta_{c2} = \pi d_{\omega 2}, \quad (4.4.153)$$

откуда с учетом формул (4.4.150) и (4.4.151):

$$\beta_{c1} = \frac{\pi d_{\omega 1}}{r_{\omega c1}} = 2\pi \cos \delta_1, \quad (4.4.154)$$

$$\beta_{c2} = \frac{\pi d_{\omega 2}}{r_{\omega c2}} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (4.4.155)$$

Высоты головок и ножек задают на образующих  $O_1P$  и  $O_2P$  дополнительные конусы, перпендикулярных к общей образующей  $OP$  начальных конусов.

Из рис. 4.4.45 очевидно, что углы головок  $\theta_a$  и ножек  $\theta_f$  зубьев определяются равенствами:

$$\operatorname{tg} \theta_a = \frac{h_{ae}}{OP}, \quad (4.4.156)$$

$$\operatorname{tg} \theta_f = \frac{h_{fe}}{OP}. \quad (4.4.157)$$

Так как *внешнее конусное расстояние* (длина образующей начальных конусов) равно:

$$\overline{OP} = R_e = \frac{r_{\omega 1}}{\sin \delta_1} = \frac{r_{\omega 2}}{\sin \delta_2} = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2}, \quad (4.4.158)$$

и

$$d_{\omega 1} = m_e z_1, \quad (4.4.159)$$

$$d_{\omega 2} = m_e z_2, \quad (4.4.160)$$

то расчетные формулы имеют вид:

$$\operatorname{tg} \theta_{a1} = \frac{h_{ae} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.161)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{a2} = \frac{h_{ae} \sin \delta_2}{m_e z_2} \quad (4.4.162)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f1} = \frac{h_{fe} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.163)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f2} = \frac{h_{fe} \sin \delta_2}{m_e z_2} \quad (4.4.164)$$

Проекции начальных конусов на плоскость их осей представляют треугольники  $AOP$  и  $BOP$  (рис. 4.4.46). Линия  $O_1O_2$ , перпендикулярная общей образующей начальных конусов  $OP$ , является образующей дополнительных конусов (отрезок  $O_1P$  является образующей дополнительного конуса колеса 1, отрезок  $O_2P$  является образующей дополнительного конуса колеса 2).

Точки  $O_1$  и  $O_2$  представляют собой вершины дополнительных конусов. Образующие  $O_1P$  и  $O_2P$  представляют собой радиусы начальных окружностей  $r_{\omega 1э}$  и  $r_{\omega 2э}$  приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, на которых строят профили зубьев (рис. 4.4.46, 4.4.45).

Очевидно, что:

$$r_{\omega 1э} = \frac{r_{\omega 1}}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.165)$$

$$r_{\omega 2э} = \frac{r_{\omega 2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.4.166)$$

Следовательно, точки  $O_1$  и  $O_2$  можно принять за центры *приведенных* (эквивалентных) цилиндрических колес, профили которых строят на развертках дополнительных конусов.

Так как шаг  $m$  на окружностях приведенных (эквивалентных) цилиндрических колес, описанных радиусами  $r_{\omega 1э}$  и  $r_{\omega 2э}$ , и на окружностях реальных конических колес, описанных радиусами  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$ , одинаков, то:

$$2\pi r_{\omega 1} = z_1 p_{\omega} = r_{\omega 1э} \beta_{c1}, \quad (4.4.167)$$

$$2\pi r_{\omega 2} = z_2 p_{\omega} = r_{\omega 2э} \beta_{c2}, \quad (4.4.168)$$

где  $\beta_{c1}$  и  $\beta_{c2}$  – углы разверток дополнительных конусов, равные:

$$\beta_{c1} = \frac{2\pi r_{\omega 1}}{r_{\omega 1э}}, \quad (4.4.169)$$

$$\beta_{c2} = \frac{2\pi r_{\omega 2}}{r_{\omega 2э}} \quad (4.4.170)$$

или, согласно (4.4.165), (4.4.166):

$$\beta_{c1} = 2\pi \cos \delta_1, \quad (4.4.171)$$

$$\beta_{c2} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (4.4.172)$$

Для полных начальных окружностей приведенных (эквивалентных) колес с числом зубьев  $z_v$ :

$$2\pi r_{\omega 1\varepsilon} = z_{v1} p_{\omega}, \quad (4.4.173)$$

$$2\pi r_{\omega 2\varepsilon} = z_{v2} p_{\omega}. \quad (4.4.174)$$

Следовательно, согласно (4.4.165), (4.4.166):

$$\frac{z_1}{z_{v1}} = \frac{r_{\omega 1}}{r_{\omega 1\varepsilon}} = \cos \delta_1, \quad (4.4.175)$$

$$\frac{z_2}{z_{v2}} = \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 2\varepsilon}} = \cos \delta_2, \quad (4.4.176)$$

откуда приведенные (эквивалентные) числа зубьев:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.177)$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (4.4.178)$$

Таким образом, числа зубьев приведенных (эквивалентных) колес, всегда больше чисел зубьев соответствующих зубчатых секторов. Очевидно также, что передаточное отношение эквивалентных цилиндрических колес не равно передаточному отношению проектируемых колес.

Так как зацепление конических колес эквивалентно зацеплению цилиндрических колес с большим числом зубьев, то при равных условиях конические колеса обладают большим, чем цилиндрические, коэффициентом перекрытия  $\varepsilon$  и меньшим числом зубьев  $z_{\min}$ , которое может быть выбрано без подрезания на малом колесе стандартного зацепления.

Как отмечалось выше, на практике преимущественное применение имеют конические передачи с *межосевым углом передачи*  $\Sigma$ , равным  $90^\circ$  – *ортогональные* конические передачи.

В этом случае:

на основании уравнения (4.4.141):

$$R_e = \frac{d_{\omega 1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{\omega 2}}{2 \sin \delta_2} = \frac{u d_{\omega 1}}{2 \sin(90^\circ - \delta_1)} = \frac{u d_{\omega 1}}{2 \cos \delta_1}, \quad (4.4.179)$$

где на основании уравнения (4.4.147):

$$\delta_1 = \operatorname{arccot} u; \quad (4.4.180)$$

из рис. 4.4.45 с учетом (4.4.159) и (4.4.159):

внешнее конусное расстояние:

$$R_e = 0,5 \sqrt{d_{\omega 2}^2 + d_{\omega 1}^2} = 0,5 m_e \sqrt{z_2^2 + z_1^2} = 0,5 m_e z_1 \sqrt{(u^2 + 1)}, \quad (4.4.181)$$

диаметры окружностей вершин:

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{ae} \cos \delta_1 = m_e (z_1 + 2h_a^* \cos \delta_1), \quad (4.4.182)$$

$$d_{a2} = d_{\omega 2} + 2h_{ae} \cos \delta_2 = m_e (uz_1 + 2h_a^* \sin \delta_1), \quad (4.4.183)$$

углы конусов вершин:

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}, \quad (4.4.184)$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}, \quad (4.4.185)$$

углы конусов впадин:

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}, \quad (4.4.186)$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}, \quad (4.4.187)$$

углы  $\theta_a$  и  $\theta_f$  определяются из уравнений (4.4.61) – (4.4.64):

$$\operatorname{tg} \theta_{a1} = \frac{h_{ae} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.188)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{a2} = \frac{h_{ae} \cos \delta_1}{um_e z_1}, \quad (4.4.189)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f1} = \frac{h_{fe} \sin \delta_1}{m_e z_1}, \quad (4.4.190)$$

$$\operatorname{tg} \theta_{f2} = \frac{h_{fe} \cos \delta_1}{um_e z_1}, \quad (4.4.191)$$

Приведенные (эквивалентные) числа зубьев определяются из уравнений (4.4.77)–(4.4.78):

$$z_{\omega 1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.192)$$

$$z_{\omega 2} = \frac{uz_1}{\sin \delta_1}. \quad (4.4.193)$$

Основные принципы проектирования конических прямозубых колес *со смещением* сводятся к проектированию эквивалентных цилиндрических колес со смещением, причем не рекомендуется принимать суммарные смещения инструмента значительно отличающимися от нуля. Рекомендуется проектировать *равносмещенные* конические передачи ( $x_1 = -x_2$ ,  $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$ ).

В практике машиностроения широко применяют не только прямозубые конические колеса, в которых продольная ось зуба на начальном конусе прямолинейна и проходит через вершину конуса, но и колеса с косыми (тангенциальными) и круговыми зубьями.

Конические колеса с *косыми* зубьями (рис. 4.4.3, б) по несущей способности превосходят прямозубые и при одинаковой точности изготовления могут работать при больших окружных скоростях (до 8-12 м/с).

Конические колеса с *круговыми* зубьями (рис. 4.4.3, в) могут передавать большую нагрузку, чем прямозубые и косозубые конические колеса, и работать плавно и бесшумно при повышенных окружных скоростях (до 35 м/с при шлифованных зубьях).

Рассмотрение конических передач с *косыми* и *круговыми* зубьями колес выходит за пределы данного курса. Материал по их расчету и проектированию можно найти в специальной литературе.

#### 4.4.3.2. НАРЕЗАНИЕ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Нарезание конических зубчатых колес производят на специальных зубофрезерных и зубострогальных станках. Конические передачи могут быть с *внешним* и *октоидальным* (реечным) зацеплением, в котором зубья одного из колес нарезаны на *плоском* диске (рис. 4.4.47). Октоидальное зацепление получается из конического внешнего зацепления, когда угол при вершине одного из конусов имеет предельное значение  $\delta$ , равное  $90^\circ$ .

Аналогично станочному расчетному зацеплению в плоских зубчатых передачах, октоидальное зацепление применяют для нарезания методом обката конических колес. В этом случае схема нарезания зубьев конического колеса основывается на обкатке его по плоскому производящему колесу. Аксоидом этого колеса служит плоскость 1, в которую переходит коническая поверхность при  $\delta_1 = 90^\circ$ . На рис. 4.4.46 проекцией этой плоскости является отрезок  $OP$ , а осью вращения плоского производящего колеса – прямая  $CC$ , расположенная под прямым углом к  $OP$ .

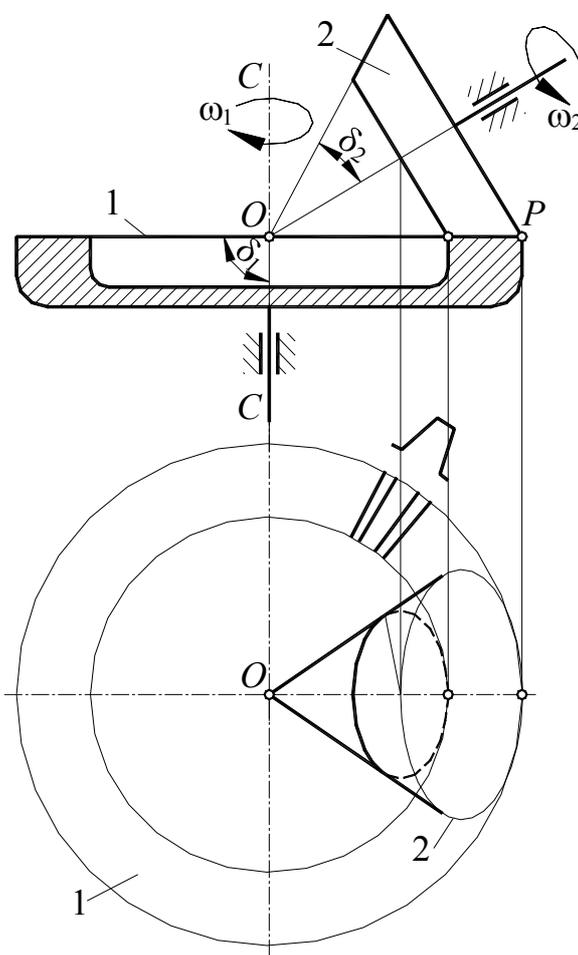


Рис. 4.4.47

Обкатка конического колеса с углом  $\delta_2$  по плоскому производящему колесу, согласно формулам (4.4.39), (4.4.40), (4.4.42), возможна при соблюдении равенства отношений:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2} = \frac{1}{\sin \delta_2} \quad (4.4.194)$$

Прямоугольные конические колеса могут быть нарезаны на зубо-строгальных станках, в которых при обкатке ось вращения производящего колеса (люльки) 1 (рис. 4.4.48) перпендикулярна к образующей конуса впадин нарезаемого колеса 2. Два резца 3 и 4, нарезающие каждый одну сторону зуба, совершают возвратно-поступательное движение по образующей конуса впадин.

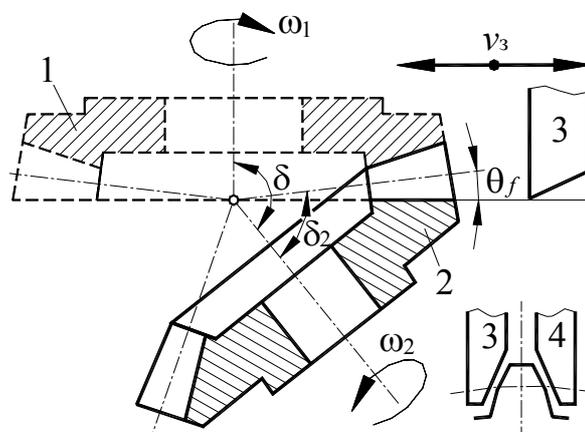


Рис. 4.4.48

Режущие кромки резцов при этом воспроизводят боковые поверхности впадины производящего колеса, сходящиеся к вершине начального конуса  $O$ . Передаточное отношение станочного зацепления между производящим колесом (резцовой головкой) и заготовкой определяется равенством согласно (4.4.194):

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{z_2}{z_1} = \sin \delta_2. \quad (4.4.195)$$

Как видно из рис. 4.4.48, угол между осями вращения:

$$\delta = 90^\circ + \delta_2 - \theta_f \quad (4.4.196)$$

#### 4.4.3.2.3. ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

##### 4.4.3.2.3.1. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ЗАЦЕПЛЕНИИ

Рассмотрим схему на рис. 4.4.49.

При расчете прямозубой конической передачи считают, что равнодействующая нормальная сила  $F_n$  распределенной вдоль зуба нагрузки  $q$  приложена на середине длины зуба нормально к его боковой поверхности.

Нормальная сила  $F_n$  раскладывается на окружную силу  $F_t$ , радиальную силу  $F_r$  и осевую силу  $F_a$ :

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{\omega m1}} = \frac{2T_2}{d_{\omega m2}} = \frac{2T_2}{u d_{\omega m1}}, \quad (4.4.197)$$

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega \sin \delta, \quad (4.4.198)$$

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega \cos \delta. \quad (4.4.199)$$

Для *ортогональной* конической передачи (при  $\Sigma = 90^\circ$ ):

$$\bar{F}_{t12} = -\bar{F}_{t21}, \quad (4.4.200)$$

$$\bar{F}_{a12} = -\bar{F}_{r21}, \quad (4.4.201)$$

$$\bar{F}_{r12} = -\bar{F}_{a21}. \quad (4.4.202)$$

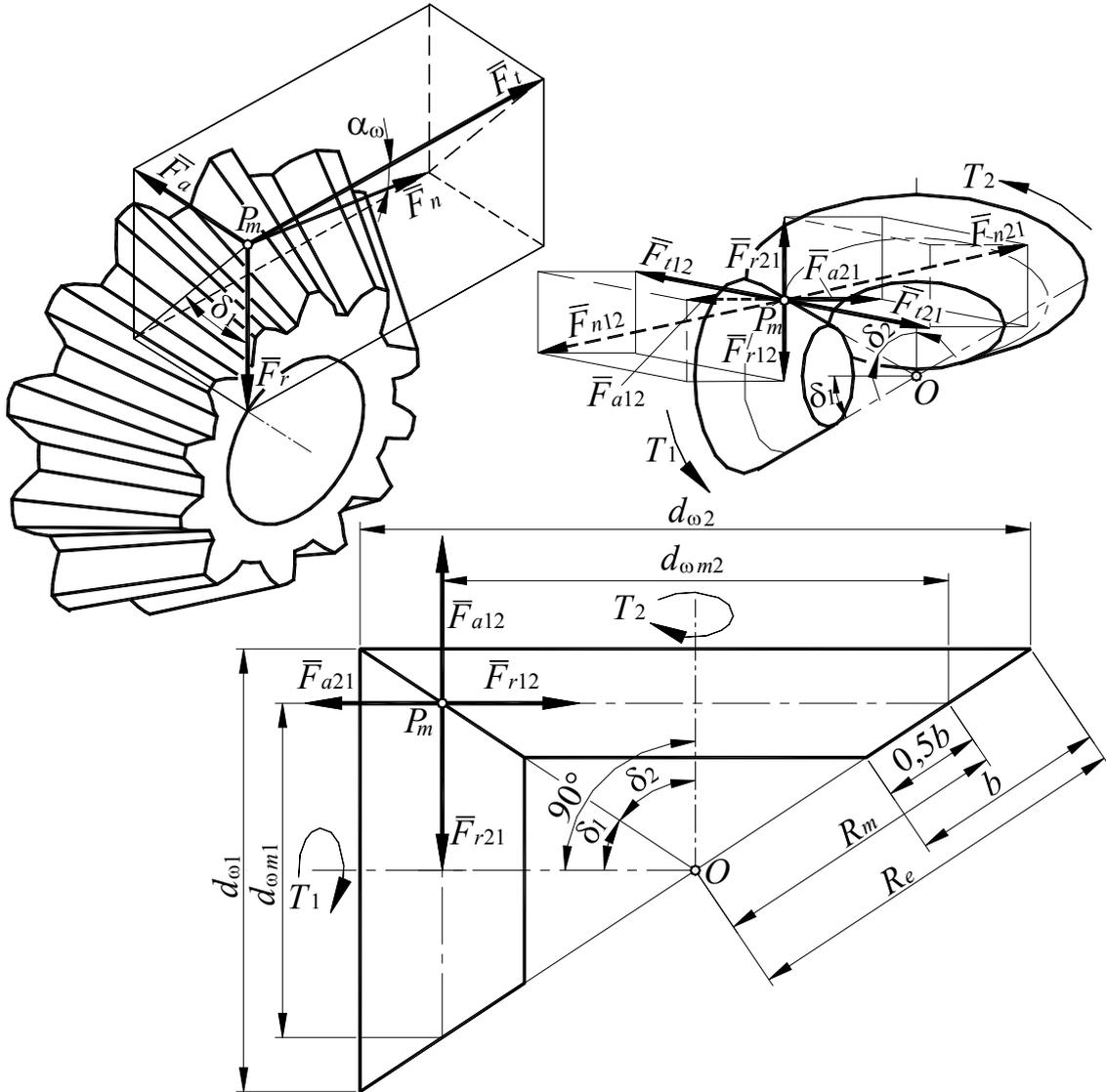


Рис. 4.4.49

#### 4.4.3.2.3.2. РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ ПРЯМОЗУБОЙ КОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ ПО КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ

Расчет зубьев прямозубой конической передачи на контактную прочность производят в предположении, что нагрузочная способность конической передачи равна нагрузочной способности *эквивалентной* ей *цилиндрической прямозубой передачи* при одинаковой длине зубьев. В этом случае *конические* колеса заменяют *эквивалентными цилиндрическими*

скими колесами, модуль  $m_v$  которых принимают равным модулю  $m_m$  конических колес в *среднем* сечении зуба (рис. 4.4.45, 4.4.46, 4.4.49).

Однако опыт эксплуатации показывает, что при одинаковой нагрузке конические передачи выходят из строя быстрее цилиндрических. Это объясняется большим влиянием на конические передачи неточностей изготовления и монтажа, а также нарушением регулировки зацепления из-за увеличения зазоров в подшипниках в процессе работы. В связи с этим принимают, что нагрузочная способность конической передачи составляет примерно 85% от нагрузочной способности эквивалентной ей цилиндрической передачи:

$$\sigma_{H_k} = \frac{\sigma_{H_{цз}}}{0,85}. \quad (4.4.203)$$

Диаметр делительной окружности эквивалентного колеса принимают равным диаметру развертки *среднего* дополнительного конуса:

$$d_{1э} = \frac{d_{\omega m 1}}{\cos \delta_1}, \quad (4.4.204)$$

$$d_{2э} = \frac{d_{\omega m 2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.4.205)$$

Числа зубьев эквивалентных колес  $z_{v1}$  и  $z_{v2}$  определяются по формулам (4.4.192) и (4.4.193). Передаточное число *эквивалентных* колес равно:

$$u_э = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2}, \quad (4.4.206)$$

или, с учетом (4.4.142), получим:

$$u_э = \frac{\sin \delta_2 \cos \delta_1}{\sin \delta_1 \cos \delta_2} = \frac{\operatorname{tg} \delta_2}{\operatorname{tg} \delta_1}. \quad (4.4.207)$$

Для *ортогональных* конических передач, когда  $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ :

$$u_э = \operatorname{tg}^2 \delta_2 = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \delta_1} = u^2. \quad (4.4.208)$$

Из рис. 4.4.49 получаем:

$$d_{\omega m 1} = 2R_m \sin \delta_1. \quad (4.4.209)$$

Учитывая формулы (4.4.209) и (4.4.148), запишем формулу (4.4.204) в виде:

$$d_{1э} = \frac{2R_m}{u} \quad (4.4.210)$$

Для расчета эквивалентных *прямозубых* цилиндрических колес по контактной прочности воспользуемся формулой (4.4.104) с учетом (4.4.203), (4.4.204) и (4.4.209):

$$\sigma_H = \frac{0,7u}{R_m} \sqrt{\frac{KT_{2H}(u_3 \pm 1)E_{np}}{b \sin 2\alpha_\omega}} \leq \sigma_{Hp}. \quad (4.4.211)$$

Введем обозначение:

$$\psi_{bR} = \frac{R_m}{b}, \quad (4.4.212)$$

где  $\psi_{bR}$  – коэффициент длины зуба.

Подставим в уравнение (4.4.211) вместо  $u^2$  его значение из (4.4.208). Тогда, с учетом (4.4.212) уравнение (4.4.211) преобразуется к виду:

$$R_m \geq 0,7853 \sqrt[3]{\frac{KT_{2H}u^2(u^2 + 1)\psi_{bR}E_{np}}{\sigma_H^2 \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.213)$$

Из рис. 4.4.49 получаем:

$$R_e = R_m + 0,5b \quad (4.4.214)$$

или, с учетом (4.4.212):

$$R_e = R_m \left(1 + \frac{0,5}{\psi_{bR}}\right) \quad (4.4.215)$$

Заменив  $R_m$  в уравнении (4.4.213) его значением из (4.4.215), после преобразований получим:

$$R_e \geq \frac{0,785}{1 + \frac{0,5}{\psi_{bR}}} \sqrt[3]{\frac{KT_{2H}u^2(u^2 + 1)\psi_{bR}E_{np}}{\sigma_H^2 \sin 2\alpha_\omega}}. \quad (4.4.216)$$

Задаваясь числом зубьев шестерни  $z_1 \geq 18$  и числом зубьев колеса  $z_2 = uz_1$ , по формулам (4.4.179) – (4.4.191) определяют параметры передачи.

#### 4.4.3.2.3.3. РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ ПРЯМОЗУБОЙ КОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ ПО ИЗГИБНОЙ ПРОЧНОСТИ

Расчет зубьев на прочность по напряжениям изгиба основывается на тех же допущениях, что и расчет по контактной прочности.

В этом случае формула (4.4.203) принимает вид:

$$\sigma_{F_k} = \frac{\sigma_{F_{цз}}}{0,85}. \quad (4.4.217)$$

С учетом (4.4.217) формула (4.4.135) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{0,85m_b Y_F} \leq \sigma_{Fp}, \quad (4.4.218)$$

в которой величину *коэффициента формы зуба*  $Y_F$  определяют по таблицам, либо по графикам вида  $Y_F = f(z)$  в зависимости от числа зубьев эквивалентных прямозубых колес, которые определяются по формулам (4.4.192) и (4.4.193).

Введем обозначение:

$$\psi_{bm} = \frac{b}{m_m}, \quad (4.4.219)$$

где  $\psi_{bm}$  – коэффициент длины зуба.

Преобразуем формулу (4.4.197), заменив в ней значение  $d_{\omega m1}$  через модуль зацепления в среднем сечении  $m_m$  и число зубьев шестерни  $z_1$ :

$$F_t = \frac{2T_{H2}}{um_m z_1}. \quad (4.4.220)$$

Для определения модуля зацепления в среднем сечении  $m_m$  воспользуемся формулой (4.4.218) с учетом (4.4.219) и (4.4.220). После ее преобразования получим:

$$m_m \geq 1,333 \sqrt{\frac{KT_{H2}}{\sigma_{Fp} u z_1 \psi_{bm} Y_F}} \quad (4.4.221)$$

Так же как и для цилиндрических передач, для большинства *открытых* конических передач и для передач, у которых зубья *закалены до высокой твердости*, прочность на *изгиб* является основным *критерием работоспособности*. В этом случае расчетным параметром является модуль зацепления по наружному дополнительному конусу  $m_e$ .

Рассмотрим порядок *проектного* расчета.

Для определения  $m_e$  рассмотрим рис. 4.4.50, из которого очевидно:

$$\frac{m_m}{m_e} = \frac{d_{\omega m}}{d_{\omega}}. \quad (4.4.222)$$

Тогда, предварительно задав число зубьев на шестерне в пределах от 18 до 30, получим:

$$m_e = m_m \frac{d_{\omega}}{d_{\omega m}} = m_m \frac{d_{\omega m} + 2ab}{d_{\omega m}} = m_m + \frac{b \sin \delta}{z}. \quad (4.4.223)$$

Расчет по формуле (4.4.221) при одинаковых материалах пары сопрягаемых колес следует вести по шестерне. При разных материалах расчет проводят по тому из колес, у которого отношение  $\frac{\sigma_F}{Y_F}$  меньше.

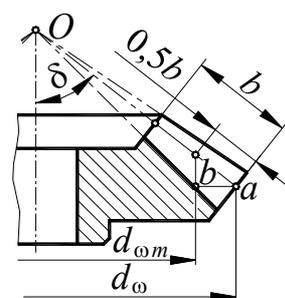


Рис. 4.4.50

Полученное значение  $m_e$  округляют до стандартного и по формулам (4.4.179)-(4.4.191) определяют геометрические параметры передачи.

### 4.4.3.3. ЧЕРВЯЧНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

#### 4.4.3.3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Червячные передачи (рис. 4.4.51) применяют для передачи вращения с постоянным передаточным отношением между валами, оси которых скрещиваются под некоторым углом  $\Sigma$ . В подавляющем большинстве случаев их применяют в тех случаях, когда оси ведущего и ведомого валов скрещиваются под углом  $\Sigma$ , равным  $90^\circ$  (ортогональные червячные передачи); с межосевым углом передачи, отличным от  $90^\circ$ , они применяются крайне редко.

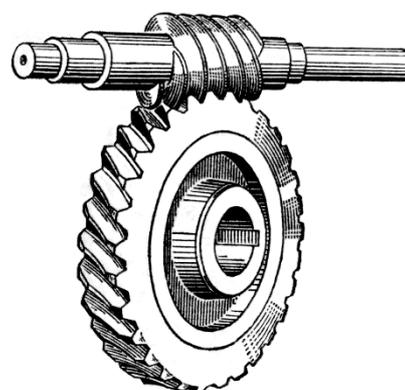


Рис. 4.4.51

Ведущим (входным) звеном обычно является червяк; лишь иногда в ускоряющих передачах ведущим (выходным) является колесо.

Простейшее представление о работе червячной передачи можно получить, рассматривая кинематику винтовой пары. Для этого используем сопряженные винт и гайку с трапецеидальной резьбой, условившись дать винту только вращательное движение, а гайке – только поступательное (рис. 4.4.52). Обозначив через  $T$  крутящий момент, передаваемый винтом, через  $F_t$  – окружное усилие на среднем диаметре  $d$  винта и через  $F_a$  – осевое усилие, получим следующие зависимости:

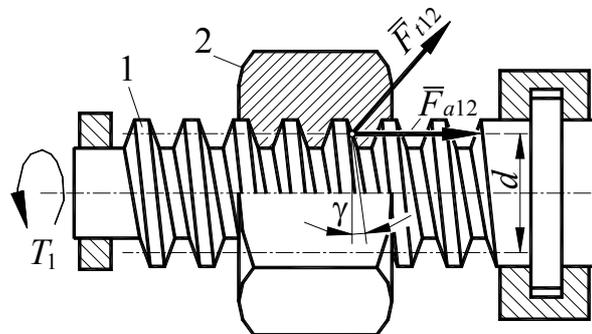


Рис. 4.4.52

$$F_t = \frac{2T}{d}; \quad (4.4.224)$$

$$F_t = F_a \operatorname{tg}(\gamma + \varphi), \quad (4.4.225)$$

где  $\gamma$  – угол подъема винтовой линии;  
 $\varphi$  – угол трения.

Полный КПД винтовой пары (раздел 1.6.2.3) равен:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi)}. \quad (4.4.226)$$

В приведенных зависимостях для винтовой пары в движении ничего не изменится, если из целой гайки вырежем ее часть в продольном направлении винта и, отбросив остальную часть гайки, согнем вырезанную часть по радиусу  $r_2$  (рис. 4.4.53). При вращении винта с угловой скоростью  $\omega_1$  выгнутая часть гайки будет поворачиваться вокруг неподвижного центра  $O$  с угловой скоростью  $\omega_2$ . При этом приведенные выше зависимости останутся без изменений. Наконец, оставляя винт таким же, и замыкая сектор гайки увеличивая до полной окружности, вместо вырезанной части гайки получим винтовое колесо, которое называют *червячным колесом*, а винт в этом случае называют *червяком* (рис. 4.4.54).

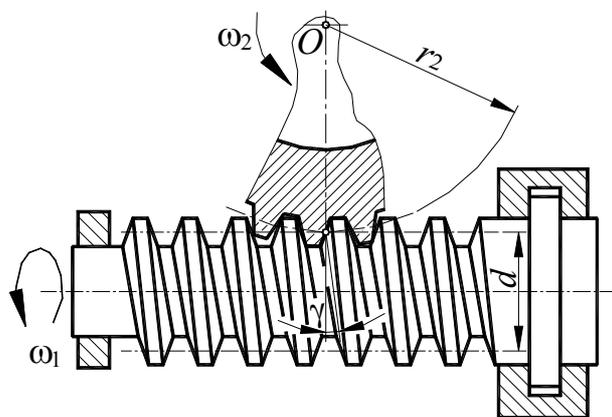


Рис. 4.4.53

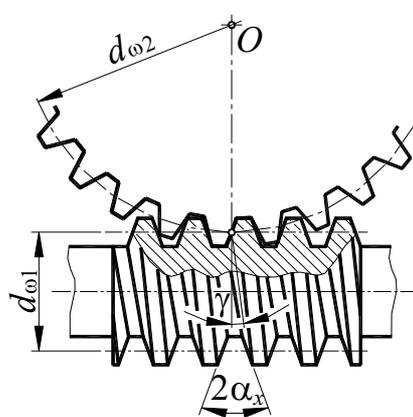


Рис. 4.4.54

#### 4.4.3.3.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ В ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧЕ С АРХИМЕДОВЫМ ЧЕРВЯКОМ

ГОСТ 18498-89 и ГОСТ 19036-81 предусматривают следующие основные типы цилиндрических червяков:

- архимедов (ZA);
- эвольвентный (Z1);
- с прямолинейным профилем витка (ZN1);
- с прямолинейным профилем впадины (ZN2);
- цилиндрический, образованный конусом (ZK1).

Если направление режущей грани инструмента резца, проходит через ось червяка, то получается линейчатая винтовая поверхность, образующие  $ba$  которой пересекают ее ось (рис. 4.4.55). Сечение этой поверхности плоскостью, перпендикулярной оси, дает архимедову спираль, отчего возникло и наименование – *архимедов червяк*. Они наибо-

лее распространены и поэтому являются предметом рассмотрения в данном курсе.

Архимедовы червяки имеют в осевом сечении *прямоугольный* профиль с углом  $\alpha_x = 20^\circ$ . Схема и основные элементы червячной передачи с архимедовым червяком показаны на рис. 4.4.56.

*Ортогональное* червячное зацепление с архимедовым червяком в его сечении плоскостью, перпендикулярной к оси червячного колеса и проходящей через ось червяка (рис. 4.4.56), может быть представлено как *плоское реечное зацепление*, так в этом сечении профиль червяка получается такой же, как и у рейки эвольвентного зацепления, то есть трапецевидальной формы; сопряженный профиль зуба червячного колеса очерчивается по эвольвенте.

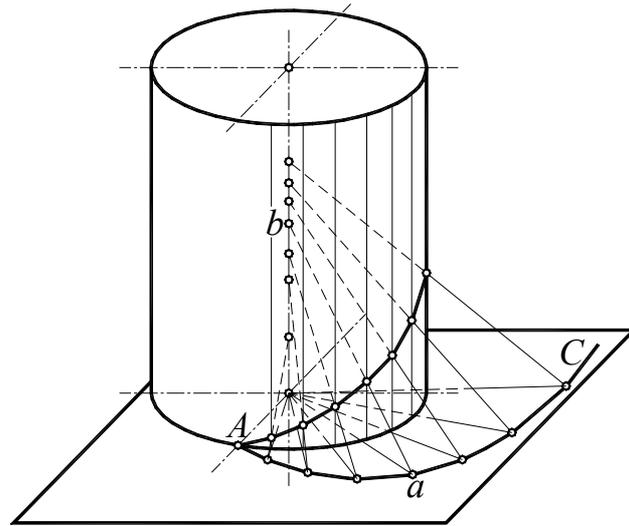


Рис. 4.4.55

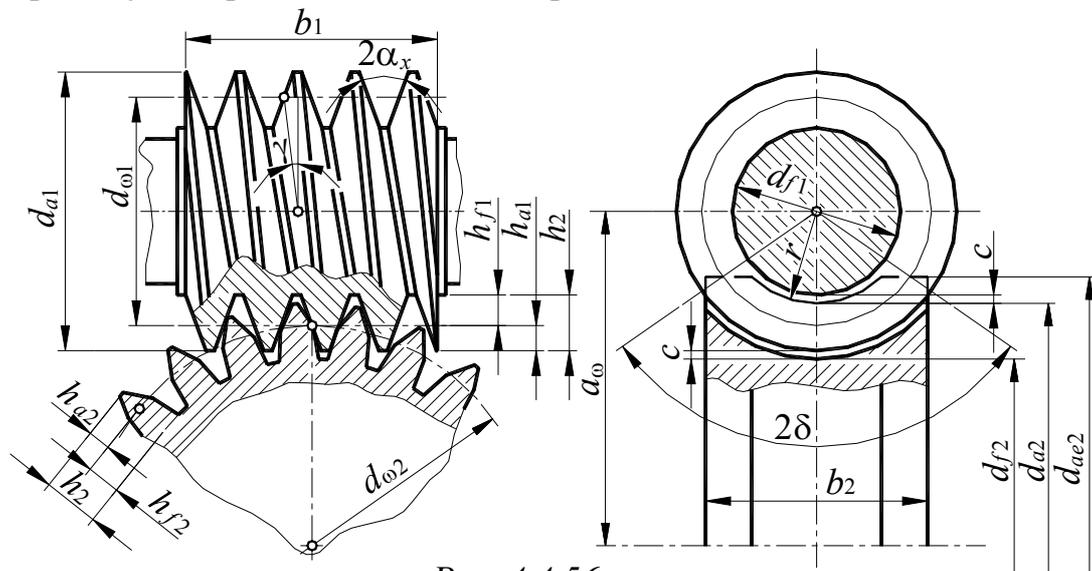


Рис. 4.4.56

*Геометрический* расчет червячной передачи основан на равенстве нормальных составляющих  $v_n$  окружных скоростей в точке касания начальных цилиндров червяка и червячного колеса, имеющих радиусы  $r_{\omega 1}$  и  $r_{\omega 2}$ .

Для червяка (рис. 4.4.57), вращающегося со скоростью  $\omega_1$  и расположенного под ним колеса, вращающегося со скоростью  $\omega_2$ , можно по-

строить план скоростей. В *ортогональной* червячной передаче оси вращения червяка (I) и колеса (II) *перекрещиваются* под углом  $\Sigma = 90^\circ$ . Винтовая линия на начальном цилиндре червяка, представленная пунктиром, имеет *угол подъема*  $\gamma$ . Угловые скорости на рис. 4.4.57, представлены векторами  $\bar{\omega}_1$  и  $\bar{\omega}_2$  так, что с конца вектора вращение наблюдается происходящим против часовой стрелки. Из рис. 4.4.57 видно, что нормальная составляющая окружных скоростей равна:

$$\bar{v}_n = \omega_1 r_{\omega 1} \sin \gamma = \omega_2 r_{\omega 2} \cos \gamma. \quad (4.4.227)$$

Следовательно, передаточное число будет равно:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_{\omega 2} \cos \gamma}{r_{\omega 1} \sin \gamma} = \frac{r_{\omega 2}}{r_{\omega 1}} \operatorname{ctg} \gamma. \quad (4.4.228)$$

В данном курсе рассматривается червячное зацепление с архимедовым червяком *без смещения*, когда  $d_{\omega 1} = d_1$  и  $d_{\omega 2} = d_2$ .

Шаг  $p_1$  витков червяка (рис. 4.4.58, 4.4.59), измеряемый вдоль оси вращения его, равен:

$$p_1 = \frac{p_{n1}}{\cos \gamma}, \quad (4.4.229)$$

где  $p_{n1}$  – нормальный шаг в направлении, перпендикулярном направлению витков.

Шаг  $p_2$  червячного колеса:

$$p_2 = \frac{p_{n2}}{\cos \gamma}, \quad (4.4.230)$$

В формулах (4.4.229) и (4.4.230):

$\gamma$  – угол подъема винтовой линии, равный углу наклона зубьев колеса.

В зависимости от *направления* резьбы червяка различают *правозаходные* и *левозаходные* передачи, причем передачи с правозаходными червяками имеют преимущественное распространение.

В зависимости от *количества параллельных* витков резьбы червяка различают передачи одно— и многозаходные (как правило,  $z_1 \leq 4$ ).

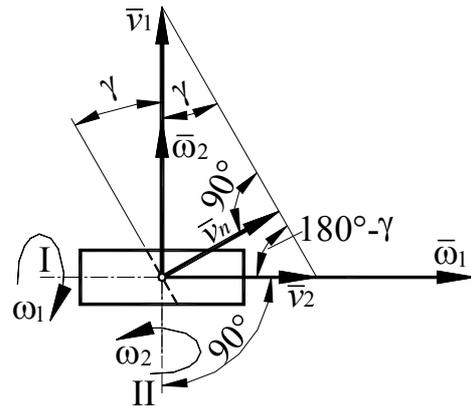


Рис. 4.4.57

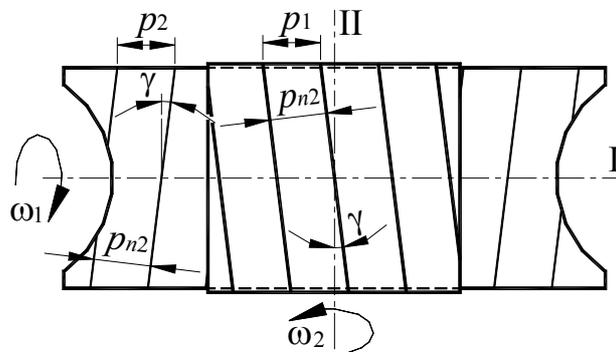


Рис. 4.4.58

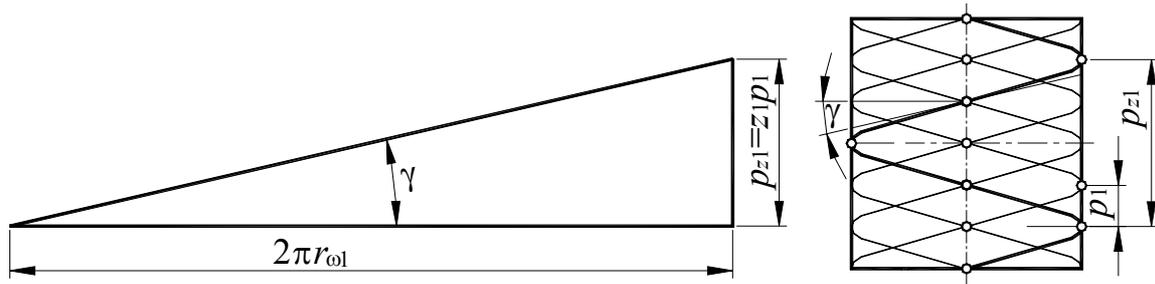


Рис. 4.4.59

Из уравнений (4.4.229), (4.4.230), вследствие равенства нормальных шагов червяка и червячного колеса, следует, что:

$$p_1 = p_2 = p. \quad (4.4.231)$$

Так как ход винтовой линии червяка  $p_{z1}$  равен (рис. 4.4.59):

$$p_{z1} = 2\pi r_{\omega 1} \operatorname{tg} \gamma = z_1 p, \quad (4.4.232)$$

где  $z_1$  – число заходов червяка,

то, с учетом того, что:

$$m = \frac{p}{\pi}, \quad (4.4.233)$$

радиус начальной окружности червяка будет равен:

$$r_{\omega 1} = \frac{z_1 p}{2\pi \operatorname{tg} \gamma} = \frac{z_1 m}{2 \operatorname{tg} \gamma}, \quad (4.4.234)$$

В формулах (4.4.233) и (4.4.234):

$m$  – осевой модуль червяка, принимаемый в соответствии со стандартом для червячного зацепления.

Для упрощения расчетных формул введем коэффициент, называемый *относительным диаметром червяка*  $q$ :

$$q = \frac{z_1}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (4.4.235)$$

Значения величины относительных диаметров червяка  $q$  стандартизованы.

Тогда формула (4.4.234) примет вид:

$$r_{\omega 1} = \frac{qm}{2}. \quad (4.4.236)$$

или

$$d_{\omega 1} = qm. \quad (4.4.237)$$

На основании уравнений (4.4.229), (4.4.230), (4.4.231) формулу (4.4.233) можно записать в виде:

$$m = \frac{m_n}{\cos \gamma}. \quad (4.4.238)$$

Для червячного колеса:

$$r_{\omega 2} = \frac{mz_2}{2}. \quad (4.4.239)$$

или

$$d_{\omega 2} = mz_2. \quad (4.4.240)$$

Остальные размеры червячной передачи с архимедовыми червяками определяются по формулам (рис. 4.4.56):

$$a_{\omega} = \frac{d_{\omega 2} + d_{\omega 1}}{2} = \frac{m(z_2 + q)}{2}. \quad (4.4.241)$$

В соответствии с ГОСТ 19650-74 и ГОСТ 19036-81:

$$h_{a1} = h_{a2} = h_a, \quad (4.4.242)$$

$$h_{f1} = h_{f2} = h_f, \quad (4.4.243)$$

$$h_a = h_a^* m, \quad (4.4.244)$$

$$h_f = h_f^* m, \quad (4.4.245)$$

$$h_a^* = 1, \quad (4.4.246)$$

$$h_f^* = 1 + c^*, \quad (4.4.247)$$

$$c^* = 0,2. \quad (4.4.248)$$

С учетом (4.4.242)–(4.4.248) из рис. 4.4.56:

$$d_{a1} = d_{\omega 1} + 2h_{a1} = m(q + 2), \quad (4.4.249)$$

$$d_{a2} = d_{\omega 2} + 2h_{a2} = m(z_2 + 2), \quad (4.4.250)$$

$$d_{f1} = d_{\omega 1} - 2h_{f1} = m(q - 2,4), \quad (4.4.251)$$

$$d_{f2} = d_{\omega 2} - 2h_{f2} = m(z_2 - 2,4). \quad (4.4.252)$$

Согласно формуле (4.4.235), угол подъема винтовой линии червяка по начальному цилиндру, равный углу наклона зубьев колеса, равен:

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{z_1}{q} \quad (4.4.253)$$

Для проектирования *ортогональной* червячной передачи с *архимедовым* червяком *без смещения* на основании опыта их проектирования, изготовления и эксплуатации предложены следующие рекомендации.

Длина нарезанной части червяка  $b_1$ :

при  $z_1$ , равном 1 и 2:

$$b_1 \geq (11 + 0,06z_2)m, \quad (4.4.254)$$

при  $z_1$ , равном 3 и 4:

$$b_1 \geq (12,5 + 0,09z_2)m. \quad (4.4.255)$$

Ширина колеса  $b_2$  :

при  $z_1 < 4$  :

$$b_2 \leq 0,75d_{a1}, \quad (4.4.256)$$

при  $z_1 = 4$  :

$$b_2 \leq 0,67d_{a1}. \quad (4.4.257)$$

Наибольший диаметр червячного колеса  $d_{ae2}$  :

$$d_{ae2} \leq d_{a2} + \frac{6m}{z_2 + 2}. \quad (4.4.258)$$

Условный угол обхвата  $2\delta$ :

$$\delta = \arcsin \frac{b_2}{d_{a1} - 0,5m}. \quad (4.4.259)$$

Условный угол обхвата может быть принят из диапазонов:

— для силовых передач  $2\delta=90^\circ-120^\circ$ ,

— для кинематических передач  $2\delta=45^\circ-90^\circ$ .

Коэффициент полезного действия червячной передачи определяется как КПД последовательной цепи звеньев:

$$\eta = \eta_{\text{вп}} \eta_{\text{зз}}, \quad (4.4.260)$$

где  $\eta_{\text{вп}}$  — КПД винтовой кинематической пары, соответствующий подъему гайки по винту (определяется по уравнению (4.4.226));,

$\eta_{\text{зз}}$  — КПД зубчатого зацепления ( $\eta_{\text{зз}}=0,97-0,98$ ).

Скорость скольжения зубьев колеса по виткам червяка определяется как разность векторов окружных скоростей этих элементов (рис. 4.4.57):

$$v_{\text{ск}} = \frac{v_1}{\cos \gamma} = \frac{v_2}{\sin \gamma}. \quad (4.4.261)$$

Из формулы (4.4.226) следует; что КПД передачи возрастает с увеличением числа витков (заходов) червяка  $z_1$  (при этом увеличивается угол подъема винтовой линии  $\gamma$ ) и с уменьшением коэффициента трения  $f$ .

Как показали экспериментальные исследования, КПД зацепления зависит и от шероховатости поверхности, увеличиваясь с ее уменьшением.

В предварительных расчетах можно принять:

$$\eta=0,70-0,75 \text{ при } z_1=1,$$

$$\eta=0,75-0,82 \text{ при } z_1=2,$$

$$\eta=0,87-0,92 \text{ при } z_1=4.$$

Невысокий КПД показывает то, что в червячной передаче значительная часть механической энергии переходит в тепловую. Вызванное этим повышение температуры зоны контакта ухудшает защитные свойства масляного слоя, увеличивает опасность заедания и выхода переда-

чи из строя. Для предотвращения чрезмерного повышения температуры масла рассматривают тепловой баланс между тепловыделением и теплоотдачей и при необходимости реализуют мероприятия, уменьшающие тепловыделение выделение или увеличивающие теплоотдачу.

Основные *достоинства* червячных передач – плавность и относительная бесшумность, возможность реализации большого передаточного числа в одной ступени, возможность самоторможения (при низком коэффициенте полезного действия).

Основные *недостатки* – низкий коэффициент полезного действия, нагрев при работе на машинах непрерывного действия, высокая стоимость материала венцов червячных колес (бронза) для быстроходных передач.

#### 4.4.3.3. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ЗАЦЕПЛЕНИИ

Нормальное к поверхности зуба усилие  $F_n$  (рис. 4.4.60), условно сосредоточенное в полюсе зацепления  $P$ , можно разложить на окружную  $F_t$ , осевую  $F_a$  и радиальную  $F_r$  составляющие. При этом учитывают, что возникающее в зацеплении трение отклоняет силу  $F_n$  на угол трения  $\varphi$  от общей нормали к профилям.

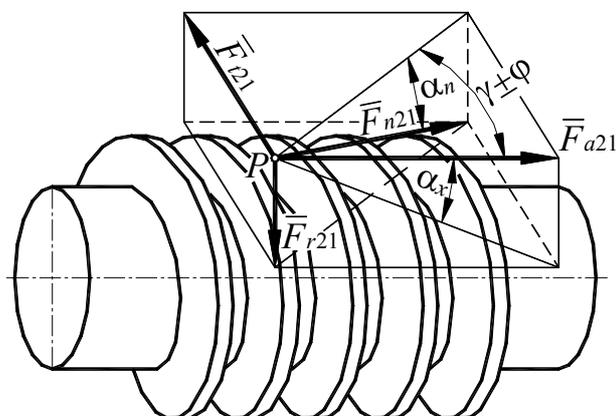


Рис. 4.4.60

Схема разложения нормальной силы  $F_{n21}$ , действующей на архимедов червяк, представлена на рис. 4.4.60.

Окружная сила  $F_{t21}$ :

$$F_{t21} = \frac{2KT_{1H}}{d_{\omega 1}} = \frac{2KT_{2H}}{\eta d_{\omega 2}} = \frac{2KT_{2H}}{u\eta d_{\omega 1}} = F_{n21} \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi), \quad (4.4.262)$$

осевая сила  $F_{a21}$ :

$$F_{a21} = F_{n21} \cos \alpha_n \cos(\gamma \pm \varphi) = F_{t21} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi), \quad (4.4.263)$$

радиальная сила  $F_{r21}$ :

$$F_{r21} = F_{n21} \sin \alpha_n = F_{t21} \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.4.264)$$

Нормальную силу  $F_{n21}$  определим из уравнения (4.4.262):

$$F_{n21} = \frac{2KT_{2H}}{u\eta d_{\omega 1} \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.4.265)$$

Из рис. 4.4.60 определим значение угла  $\alpha_n$ :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_n &= \frac{F_r}{F_t} = \frac{F_a \operatorname{tg} \alpha_x \sin(\gamma \pm \varphi)}{F_t} = \frac{F_t \cos(\gamma \pm \varphi) \operatorname{tg} \alpha_x \sin(\gamma \pm \varphi)}{\sin(\gamma \pm \varphi) F_t} = \\ &= \operatorname{tg} \alpha_x \cos(\gamma \pm \varphi). \end{aligned} \quad (4.4.366)$$

Знак «+» в значении угла  $(\gamma \pm \varphi)$  принимают при *ведущем* червяке, знак «-» — при *ведомом*.

Рассмотрим распределение сил в зацеплении червячной передачи (рис. 4.4.61).

С достаточной для практики точностью можно принять, что:

$$F_{a12} = F_{t21}, \quad (4.4.267)$$

$$F_{t12} = F_{a21}, \quad (4.4.268)$$

$$F_{r12} = F_{r21} \quad (4.4.269)$$

$$F_{n12} = F_{n21}. \quad (4.4.270)$$

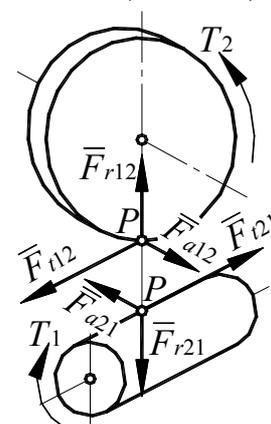


Рис. 4.4.61

#### 4.4.3.3.4. МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕМЕНТОВ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Тяжелые условия работы *червяка* в червячной паре (большая относительная скорость скольжения рабочих поверхностей, малый диаметр при относительно высокой длине между опорами) вызывают необходимость применения высококачественной углеродистой или легированной стали для его изготовления. Наименьшая интенсивность изнашивания в червячной паре обеспечивается, если червяк имеет высокую твердость, а его рабочие поверхности имеют малую шероховатость. Поэтому для червяков используются стали марок 45, 40X, 40XH, 35XГСА, закаленные до твердости (45-55)HRC с последующей шлифовкой.

Широко применяются *червяки из сталей* 20X, 12XH3A, 18XГТ и другие, подвергаемые *цементации* и из сталей 38X2МЮА, 38X2Ю и другие, упрочняемые *азотированием*. В этом случае достигается твердость поверхностей червяка (56-63)HRC, а финишную обработку производят шлифованием и полированием.

Значение угла трения  $\varphi$  червяка и червячного колеса, определяющего КПД передачи (см. формулу (4.4.226)), в большей своей части зависит от сочетания материалов пары «червяк – червячное колесо». В качестве материалов *венцов червячных колес* червячных передач с целью уменьшения трения используются бронзы, латуни и серые чугуны, которые условно делят на три группы:

- группа I – оловянные бронзы;
- группа II – безоловянные бронзы и латуни;
- группа III – серые чугуны (применяют для изготовления малонагруженных или редко работающих передач, в которых габариты и масса не имеют определяющего значения).

Из бронзы или латуни изготавливают только венцы червячного колеса, монтируемый на стальную или чугунную ступицу. Чугунные колеса, как правило, делают цельными. Подробные сведения о материалах и их допускаемых напряжениях можно найти в специальной литературе.

#### 4.4.3.3.5. ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ

##### 4.4.3.3.5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В червячной передаче в отличие от зубчатой окружные скорости червяка  $v_1$  и колеса  $v_2$  не совпадают по направлению и различны по величине. Поэтому в относительном движении начальных цилиндров обкатывание профилей происходит с большим скольжением витков червяка по зубьям колеса. Когда точка контакта совпадает с полюсом зацепления  $P$ , скорость скольжения  $v_{ск}$ , определяемая уравнением (4.4.261), направлена по касательной к винтовой линии витка червяка (рис. 4.4.57). Скольжение является причиной износа и заедания передач, снижает их КПД.

Существенное влияние на условия смазывания и износ зубьев колеса оказывает расположение контактных линий. В ортогональной передаче с архимедовым червяком криволинейные контактные линии (рис. 4.4.62) образуют с вектором скорости скольжения некоторый угол  $\delta$ , при котором создаются неблагоприятные условия для смазывания.

Опыт эксплуатации закрытых червячных передач показал, что их в большинстве случаев потеря работоспособности передачи вызывается износом зубьев червячного колеса, схватыванием (заеданием), усталостным контактным выкрашиванием. При *мягком* материале (оловянные бронзы) венца колеса схватывание проявляется в форме постепенного «намазывания» его материала на червяк. При *твердом* материале (алюминиево-железистая бронза, чугун) венца колеса схватывание происходит в более опасной форме – завершается задиром, вызывающим усиленный износ зубьев червячного колеса и последующее их разрушение.

В *открытых* передачах встречаются поломки зубьев колес и их износ.

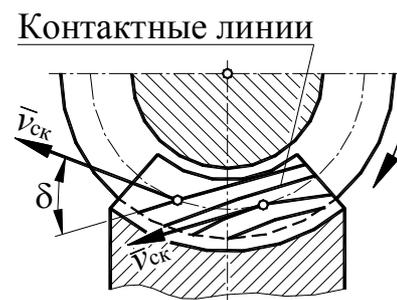


Рис. 4.4.62

Таким образом, *контактная прочность, износостойкость и противозадирная стойкость* являются основными критериями работоспособности червячных передач.

#### 4.4.3.3.5.2. ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ ЧЕРВЯЧНОГО КОЛЕСА ПО КОНТАКТНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Общие принципы расчета цилиндрических косозубых зубчатых передач по контактным напряжениям применимы и к червячным передачам, причем рассчитывают только зубья колеса, так как витки червяка, выполняемые из сталей, значительно прочнее.

По аналогии с косозубой передачей [см. формулу (4.4.128)] суммарная длина контактных линий

$$l_{\Sigma} = \zeta \frac{l \varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma} \quad (4.4.271)$$

где  $l = \frac{\pi d_{\omega 1} 2\delta}{360^{\circ}}$  – длина зуба червячного колеса на делительном цилиндре червяка,

$2\delta$  – условный угол обхвата,

$\zeta$  – коэффициент, учитывающий, что соприкосновение осуществляется не по полной дуге обхвата  $2\delta$ ,

$\varepsilon_{\alpha}$  – коэффициент торцового (для колеса) перекрытия.

Принимая  $\varepsilon_{\alpha} \approx 1,8$  и  $\zeta \approx 0,75$  для наиболее употребительного значения  $2\delta = 100^{\circ}$  получаем:

$$l_{\Sigma} = 1,178 \frac{d_{\omega 1}}{\cos \gamma} \quad (4.4.272)$$

В этом случае *расчетная удельная нагрузка*  $q$  с учетом выражений (4.4.265) и (4.4.272) будет равна:

$$q = \frac{F_{n21}}{l_{\Sigma}} = \frac{1,7 K T_{2H} \cos \gamma}{d_{\omega 1}^2 u \eta \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}. \quad (4.4.273)$$

Для определения *приведенного радиуса кривизны* в полюсе зацепления  $P$  достаточно знать параметры только цилиндрического прямозубого колеса, *эквивалентного червячному* (см. раздел 4.4.2.6.2), так как для *архимедовых червяков радиус кривизны витков червяка в осевом сечении*  $\rho_1$  равен бесконечности. Из формулы (4.4.97) для *внешнего контакта рабочих поверхностей* получаем:

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}. \quad (4.4.274)$$

Для рассматриваемого случая:

$$\rho_1 = \infty. \quad (4.4.275)$$

Тогда из формулы (4.4.274) с учетом (4.4.274) получаем:

$$\rho_{пр} = \rho_2. \quad (4.4.276)$$

С учетом (4.4.100) и (4.4.62) величина приведенного радиуса кривизны контактирующих рабочих поверхностей в полусе зацепления  $P$  червячной передачи с *архимедовым* червяком будет определяться уравнением:

$$\rho_{прэ} = \frac{d_{\omega 2} \sin \alpha_x}{2 \cos^2 \gamma} = \frac{d_{\omega 1} u \sin \alpha_x}{2 \cos^2 \gamma}. \quad (4.4.277)$$

Подставляя полученные значения  $q$  и  $\rho_{прэ}$  из уравнений (4.4.273) и (4.4.277) в уравнение прочности при расчете на *контактную* прочность (4.4.94), получим:

$$d_{\omega 1} \geq 0,841 \cos \gamma \sqrt[3]{\frac{KT_{2н} E_{пр}}{\sigma_H^2 u^2 \eta \sin \alpha_x \cos \alpha_n \sin(\gamma \pm \varphi)}} \quad (4.4.278)$$

Значение  $\alpha_n$  определяется из уравнения (4.4.66):

$$\alpha_n = \arctg \left[ \operatorname{tg} \alpha_x \cos(\gamma \pm \varphi) \right]. \quad (4.4.279)$$

С достаточной для практики точностью формулу (4.4.278) можно упростить, приняв:

$$\alpha_n \approx \alpha_x = 20^\circ. \quad (4.4.280)$$

Тогда:

$$d_{\omega 1} \geq 1,23 \cos \gamma \sqrt[3]{\frac{KT_{2н} E_{пр}}{\sigma_H^2 u^2 \eta \sin(\gamma \pm \varphi)}}. \quad (4.4.281)$$

где  $E_{пр}$  – *приведенный модуль упругости первого рода* (определяется по формуле (4.4.96),

$K$  – *коэффициент нагрузки*.

$$K = \frac{K_\beta}{K_a} \quad (4.4.282)$$

где  $K_\beta$  – коэффициент, учитывающий *распределение нагрузки* по ширине венца (при постоянной нагрузке  $K_\beta=1$ , при переменной нагрузке  $K_\beta=1,1-1,3$ ),

$K_a$  – коэффициент, учитывающий *точность передачи* (назначается в зависимости от степени точности передачи по табл. 4.4.3).

Таблица 4.4.3

Степень точности передачи $n_{\text{ст. точн.}}$	6	7	8	9
$K_a$	1,20	1,15	1,10	1,00

#### 4.4.3.3.5.3. ПРОЧНОСТНОЙ РАСЧЕТ ЗУБЬЕВ ЧЕРВЯЧНОГО КОЛЕСА ПО НАПРЯЖЕНИЯМ ИЗГИБА

Расчет зубьев колеса по напряжениям изгиба производят *приближенно* по аналогии с расчетом *косозубых* цилиндрических эвольвентных колес, но при этом учитывают различие геометрической формы и характера зацепления зубьев.

С учетом вышеизложенного формулу (4.4.135) можно записать так:

$$\sigma_F = \frac{F_{t12}}{m_n l_{\Sigma} Y_F} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.283)$$

С учетом (4.4.268) и (4.4.263) формула (4.4.283) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{2KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi)}{u\eta d_{o1} m_n l_{\Sigma}} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.284)$$

Для червячной передачи с архимедовым червяком формулу (4.4.59) можно записать в виде:

$$m_n = m \cos \gamma, \quad (4.4.285)$$

где  $m$  – расчетный модуль.

Тогда, с учетом формул (4.4.272), (4.4.240) и (4.4.285), формула (4.4.284) примет вид:

$$\sigma_F = \frac{1,7KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi)}{u\eta m^3 z_2^2} \leq \sigma_{Fp}. \quad (4.4.286)$$

Из уравнения (4.4.286) получаем формулу для определения *расчетного модуля*:

$$m \geq 1,23 \sqrt{\frac{KT_{2H} \operatorname{ctg}(\gamma \pm \varphi)}{\sigma_F u z_2^2 \eta}}. \quad (4.4.287)$$

#### 4.4.3.3.6. ТЕПЛОВЫЙ РАСЧЕТ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Для нормальной работы передачи необходимо, чтобы количество теплоты, выделяющееся в результате превращения механической энергии в тепловую, не превышало количества теплоты, отводимой от передачи.

Количество теплоты  $Q_1$ , *выделяющееся* в передаче, кал/ч:

$$Q_1 = 860(1 - \eta) P_{\text{вх}}, \quad (4.4.288)$$

где  $P_{\text{вх}}$  – мощность на вращаемом валу, Вт,

$\eta$  – КПД передачи с учетом потерь на трение в зацеплении и подшипниках, а также гидравлических потерь в масляной ванне.

Количество теплоты  $Q_2$ , отводимой через стенки редуктора в окружающую среду естественным путем, кал/ч:

$$Q_1 = A_k k_T (t_M^\circ - t_B^\circ), \quad (4.4.289)$$

где  $A_k$  – площадь теплоотводящей поверхности корпуса ( $m^2$ ), соприкасающаяся со свободно циркулирующим воздухом снаружи и омываемая маслом или его брызгами изнутри, (поверхность днища корпуса обычно не учитывают; если корпус снабжен теплоотводящими ребрами, учитывают половину их поверхности);

$k_T$  – коэффициент теплоотдачи (в зависимости от подвижности воздуха в помещении и масла в масляной ванне  $k_T=7,5-15$  кал/ $m^2$ );

$t_M^\circ$  – температура масла в редукторе,  $^\circ C$ ;

$t_B^\circ$  – температура окружающей среды (воздуха),  $^\circ C$ .

Из формул (4.4.288) и (4.4.289), полагая  $Q_1 = Q_2$ , получаем:

$$t_M^\circ = t_B^\circ + \frac{860(1-\eta)}{A_k k_T}. \quad (4.4.290)$$

Должно выполняться условие:

$$t_M^\circ \leq t_{mp}^\circ, \quad (4.4.291)$$

где  $t_{mp}^\circ$  – допустимая температура применяемого масла.

Если условие (4.4.291) не соблюдается, необходимо или увеличить теплоотводящую поверхность, или применить искусственное охлаждение, или использовать масло с большей допустимой температурой.

## 4.5. ЦЕПНЫЕ ПЕРЕДАЧИ

### 4.5.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Цепные передачи относятся к типу передач *зацеплением с промежуточным гибким звеном* и предназначены для трансформации моментов и угловой скорости между *параллельными* валами. Передача энергии от ведущей *звездочки* к ведомой происходит через промежуточный элемент передачи – *цепь*. Общий вид цепной передачи представлен на рис. 4.5.1.

### 4.5.2. ВИДЫ ЦЕПЕЙ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

В зависимости от назначения *цепи* делят на две группы: *приводные* и *тяговые*.

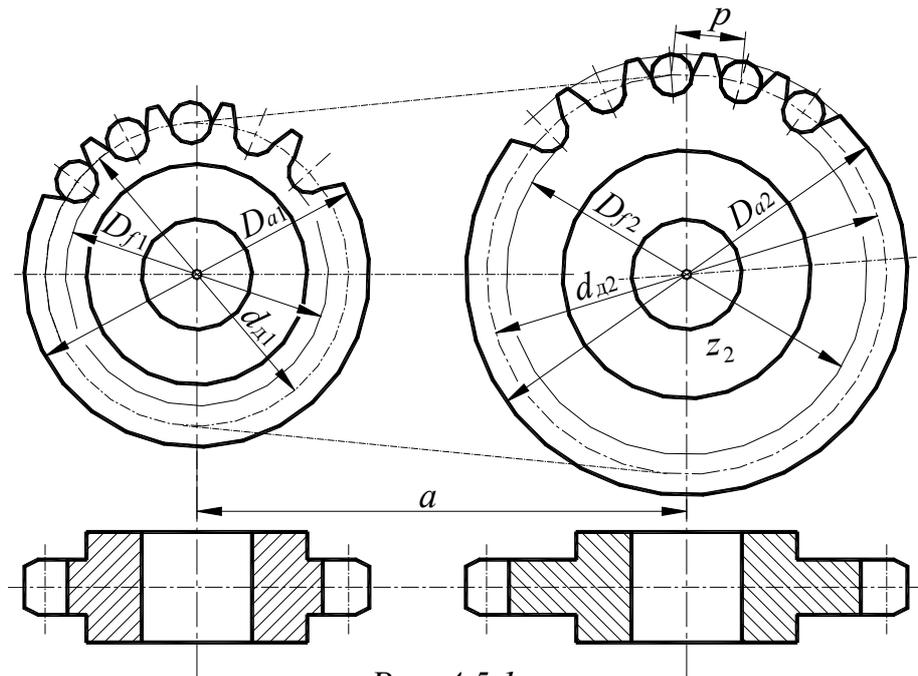


Рис. 4.5.1

Наибольшее распространение получили *приводные* цепи. Они в большинстве случаев осуществляют передачу движения от источника энергии к приемному органу машины. Работают как при малых, так и при больших скоростях (до 35 м/с), при различных межцентровых расстояниях осей звездочек.

*Тяговые* цепи служат для транспортировки и перемещения грузов под любым углом наклона посредством несущих рабочих органов, прикрепленных или подвешенных к цепям. Их применяют в качестве тяговых органов транспортирующих машин, в частности в конвейерах, подъемниках, эскалаторах, элеваторах и других цепных устройствах. Скорость движения цепей этой группы обычно не превышает 2 м/с.

Наиболее распространены *роликовые* типы приводных цепей, параметры которых определяет ГОСТ 13568-97. На рис. 4.5.2 представлена приводная *однорядная нормальная* (ПР) цепь, которая состоит из внутренних, наружных, соединительных и переходных звеньев.

*Внутреннее* звено I состоит из двух внутренних пластин 1, в отверстия которых запрессованы с оптимальными натягами две втулки 2 со свободно вращающимися роликами 3.

*Наружное* звено II образуется при сборке внутренних звеньев с наружными с помощью валиков 4.

*Соединительное* звено III служит для соединения двух концов однорядной или многорядной цепи. Цепь, соединенная только таким звеном, имеет *четное* число шагов, и ее укорачивание, по мере износа в шарнирах, возможно не менее чем на два звена. Соединительные вали-

ки 6 одним концом запрессовываются в наружную пластину, а на другой конец надевается соединительная пластина 5, которая укрепляется шплинтами или наружными замками.

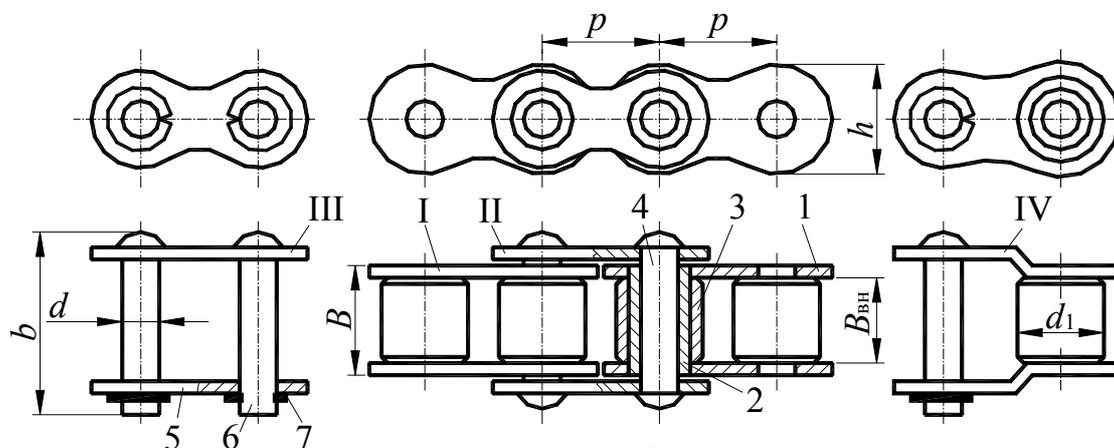


Рис. 4.5.2

Переходное звено IV представляет собой комбинацию наружного и внутреннего звеньев. Оно позволяет собирать цепь с четным или нечетным числом шагов. Благодаря наличию переходного звена цепь можно укоротить на нечетное количество звеньев.

В соответствии с ГОСТ 13568-97, кроме приводных однорядных нормальных цепей выпускают приводные роликовые однорядные усиленные цепи (ПРУ); приводные роликовые длиннозвенные облегченные цепи (ПРД); приводные втулочные однорядные цепи (ПВ).

Втулочные цепи не имеют роликов, поэтому они легче и дешевле роликовых, но подвержены большему износу, их применяют при меньших нагрузках и скоростях.

Кроме однорядных цепей (ПР), достаточно широко используют многорядные цепи (2ПР – двухрядные; 3ПР – трехрядные, 4ПР — четырехрядные), которые, которые конструктивно представляют собой параллельное соединение нескольких однорядных роликовых цепей типа ПР (рис. 4.5.3).

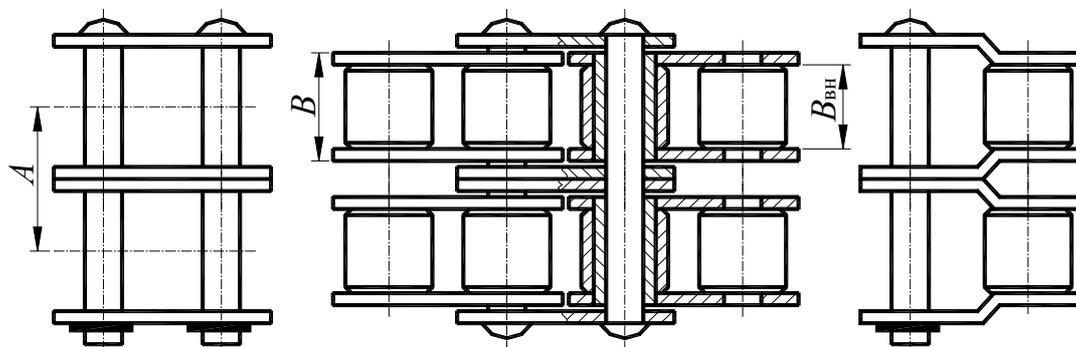


Рис. 4.5.3

Многорядные цепи составляют из двух, трех и четырех рядов (ветвей), используя детали цепей соответствующего типа. В поперечном направлении ряды соединяют с помощью удлиненных валиков. Разделение потока передаваемой энергии по рядам позволяет уменьшать габаритные размеры цепной передачи.

Многорядные цепи применяют при тех же частотах вращения, что и однорядные цепи такого же типоразмера.

Основные параметры втулочно-роликовых цепей:

- шаг  $p$ , диаметр ролика (втулки)  $d_1$ ,
- расстояние между внутренними пластинами  $B_{вн}$ ,
- разрушающая нагрузка  $F_q$ .

*Шаг цепи*  $p$  — расстояние между осями двух смежных роликов (втулок) внутреннего и наружного звеньев цепи (рис. 4.5.2), измеренное в натянутом состоянии цепи под нагрузкой  $F_{изм}$ , принимаемой равной 1 % от разрушающей нагрузки  $F_q$ . Шаг  $p$  равен:

$$p = \frac{l_{ц}}{z_{ц}}, \quad (4.5.1)$$

где  $l_{ц}$  — длина измеряемого отрезка цепи, нагруженного усилием  $F_{изм}$ ;  
 $z_{ц}$  — число звеньев в измеряемом отрезке, которое принимают при замере шага в зависимости от величины шага.

Диаметр ролика (втулки)  $d_1$  определяет значения параметров основного профиля зуба звездочки.

К обобщающему параметру цепи, определяющему особенность зацепления цепи с зубьями звездочки, относится *геометрическая характеристика зацепления цепи*:

$$\lambda = \frac{p}{d_1}. \quad (4.5.2)$$

*Расстояние между внутренними пластинами*  $B_{вн}$  и между осями рядов  $A$  цепи определяет значения параметров поперечного профиля зуба звездочки.

*Несущая способность цепи* характеризуется *проекцией опорной поверхности шарнира*  $A_{оп}$ :

$$A_{оп} = d(B_{вн} + 2s), \quad (4.5.3)$$

где  $d$  — диаметр валика;  
 $s$  — толщина пластины.

*Разрушающая нагрузка* цепи  $F_q$  — минимальная статическая нагрузка, при которой начинается разрушение цепи.

*Пластины* выполняют из закаливаемых сталей, например сталей 45, 50, 40X, 40XH и др. Твердость в зависимости от типа цепи и шага колеблется в пределах *HRC* 26-45.

*Валики и втулки* изготавливают из цементуемых сталей, например из сталей 15, 20, 15X, 20X, 12XH3 и др. Их твердость после цементации и закалки должна быть *HRC* 64-65.

*Ролики* цепей выполняют как из закаливаемых, так и из цементуемых сталей, обеспечивая в зависимости от типа цепей твердость для закаливаемых сталей *HRC* 47-62, для цементуемых – *HRC* 42-50.

### 4.5.3. ПЕРЕДАТОЧНОЕ ЧИСЛО ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧИ

При постоянной угловой скорости вращения ведущей звездочки  $\omega_1$  скорость цепи  $v$ , угловая скорость вращения ведомой звездочки  $\omega_2$  и

передаточное число  $u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right|$  не остаются постоянными.

При допущении прямолинейности ведущей ветви цепи (рис. 4.5.4) скорость цепи:

$$v \approx v_{r1} \cos \tau_1 = \omega_1 r_{d1} \cos \tau_1, \quad (4.5.4)$$

где  $\tau_1$  – текущий угол поворота ведущей звездочки относительно перпендикуляра к ведущей ветви.

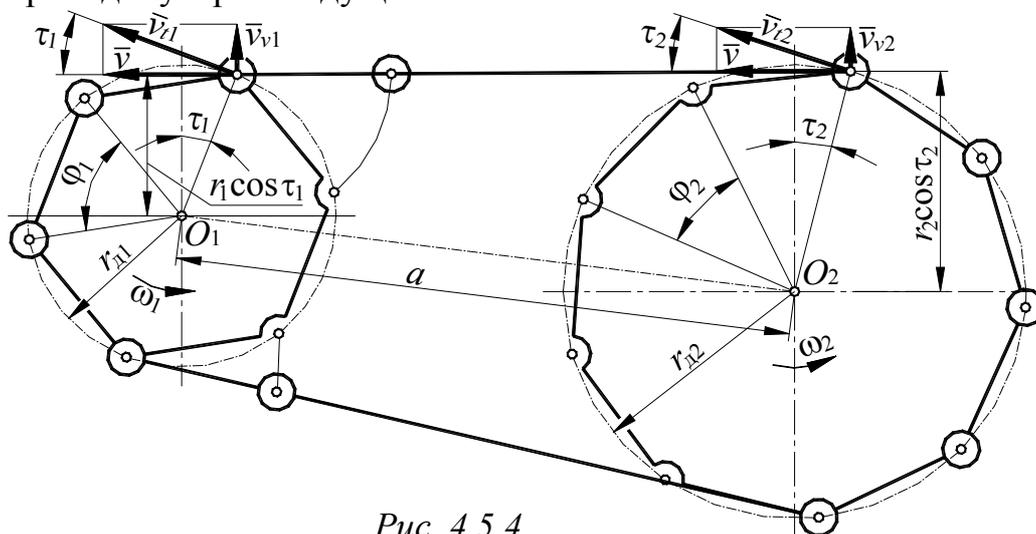


Рис. 4.5.4

Так как угол  $\tau_1$  изменяется в пределах  $0 - \frac{\pi}{z_1}$  ( $z_1$  – число зубьев ведущей звездочки), то скорость  $v$  при повороте на один угловой шаг колеблется в пределах от  $v_{\max} = \omega_1 r_{d1}$  до  $v_{\min} = \omega_1 r_{d1} \cos \frac{\pi}{z_1}$ .

Из рис. 4.5.4 очевидно, что в процессе движения, кроме продольных колебаний, цепь совершает и поперечные колебания по причине изменения составляющей вектора скорости  $v_v$  ( $v_v = v_t \sin \tau$ ).

Мгновенная угловая скорость ведомой звездочки равна:

$$\omega_2 = \frac{v}{r_{д2} \cos \tau_2}, \quad (4.5.5)$$

где угол  $\tau_2$  меняется в пределах от 0 до  $\frac{\pi}{z_2}$ .

Тогда:

$$u = \left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_{д2} \cos \tau_2}{r_{д1} \cos \tau_1} \quad (4.5.6)$$

Коэффициент кинематической неравномерности вращения ведомой звездочки при равномерном вращении ведущей звездочки:

$$\varepsilon = \frac{\omega_{2\max} - \omega_{2\min}}{\omega_{2\text{ср}}}. \quad (4.5.7)$$

Среднее передаточное число определяется из условия равенства средней скорости цепи на звездочках:

$$z_1 n_1 p = z_2 n_2 p, \quad (4.5.8)$$

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_{д2}}{r_{д1}}. \quad (4.5.9)$$

Отклонение среднего значения  $u$  от действительного тем меньше, чем меньше величина шага и больше размеры звездочек.

Максимальное значение передаточного числа ограничивается дугой обхвата цепью малой (ведущей) звездочки и числом шарниров, находящихся на этой дуге.

Рекомендуется угол обхвата принимать не менее  $120^\circ$ , а число шарниров на дуге обхвата – не менее пяти-шести.

В связи с *неравномерным* вращением ведомой звездочки приведенная к валу звездочки масса ведомой системы с моментом инерции  $J$  создает на звездочке переменный *инерционный момент*, который вызывает появление *динамической силы*  $F_d$ , действующей вдоль *ведущей* ветви цепи.

#### 4.5.4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧИ

*Геометрический расчет* цепной передачи заключается в определении *номинальных значений межосевого расстояния  $a$  и длины цепи  $L$*  по известным значениям шага цепи  $p$ , чисел зубьев звездочек  $z_1$  и  $z_2$  и *предварительного межосевого расстояния  $a_0$* .

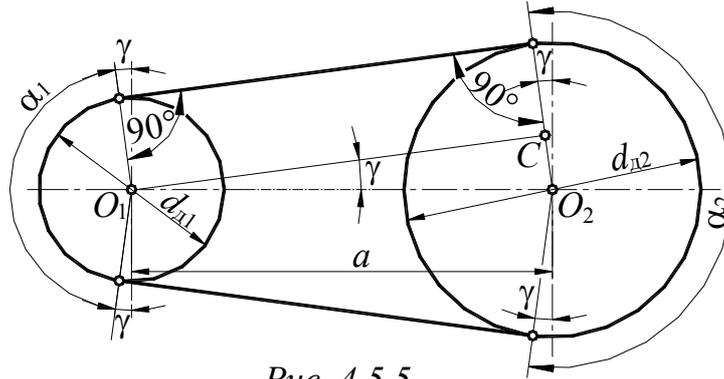


Рис. 4.5.5

Определим *предварительно* длину цепи цепной передачи, схема которой представлена на рис. 4.5.5.

$$L_0 = \frac{2a_0}{\cos \gamma} + \frac{\pi d_{d1}}{2} \frac{180^\circ - 2\gamma}{180^\circ} + \frac{\pi d_{d2}}{2} \frac{180^\circ - 2\gamma}{180^\circ}, \quad (4.5.10)$$

где  $L_0$  – длина цепи, определенная *предварительно*,

$\gamma$  – угол наклона ветви цепи к осям передачи (рис. 4.5.5), определяемый по нижеприведенному уравнению:

$$\gamma = \arcsin \frac{d_{d2} - d_{d1}}{2a_0} = \arcsin \frac{d_{d1}(u-1)}{2a_0}. \quad (4.5.11)$$

Основным параметром, определяющим габариты звездочки, является *диаметр делительной окружности*, которая проходит через центры шарниров цепи. Так как шаг зубьев звездочек измеряют по хорде, то из треугольника  $aOb$  (рис. 4.5.6) следует, что диаметр делительной окружности равен:

$$d_d = \frac{p}{\sin \frac{180^\circ}{z}}. \quad (4.5.12)$$

С учетом уравнения (4.5.9) и (4.5.12) преобразуем формулы (4.5.10) и (4.5.11) к виду:

$$L_0 = \frac{2a_0}{\cos \gamma} + \frac{\pi p}{2 \sin \frac{180^\circ}{z_1}} \left[ u \left( 1 + \frac{\gamma}{90^\circ} \right) + \left( 1 - \frac{\gamma}{90^\circ} \right) \right], \quad (4.5.13)$$

$$\gamma = \arcsin \frac{p(u-1)}{2a_0 \sin \frac{180^\circ}{z_1}}. \quad (4.5.14)$$

*Рекомендуемое* значение межосевого расстояния  $a_0$ :

$$a_0 = (30 - 60)p. \quad (4.5.15)$$

Наименьшее допустимое значение межосевого расстояния  $a_0$  можно получить из условия обеспечения угла охвата меньшей звездочки, который не должен быть меньше  $120^\circ$ .

Угол охвата меньшей звездочки, на основании (рис. 4.5.5), равен:

$$\alpha_1 = 180^\circ - 2\gamma \quad (4.5.16)$$

После предварительного определения длины цепи  $L_0$  по формуле (4.5.13) с учетом (4.5.14) и (4.5.16), следует произвести уточнение полученной величины с учетом того, что длина цепи  $L$  должна быть кратной числу ее звеньев  $z_{ц}$ .

$$z_{ц0} = \frac{L_0}{p}. \quad (4.5.17)$$

Полученное значение  $z_{ц0}$  следует значение округлить в большую сторону до ближайшего целого числа  $z_{ц}$ . Округление желательно произвести до четного числа, чтобы избежать применения переходного звена (рис. 4.5.2).

После уточнения числа звеньев в контуре следует уточнить требуемое расстояние между центрами звездочек.

Из рис. 4.5.5:

$$\frac{2a}{\cos \gamma} = L - \frac{\pi p}{2 \sin \frac{180^\circ}{z_1}} \left[ u \left( 1 + \frac{\gamma}{90^\circ} \right) + \left( 1 - \frac{\gamma}{90^\circ} \right) \right] \quad (4.5.18)$$

Из уравнения (4.5.18) получим:

$$a = \frac{\left\{ L - \frac{\pi p}{2 \sin \frac{180^\circ}{z_1}} \left[ u \left( 1 + \frac{\gamma}{90^\circ} \right) + \left( 1 - \frac{\gamma}{90^\circ} \right) \right] \right\} \cos \gamma}{2}. \quad (4.5.19)$$

Угол  $\gamma$  в уравнениях (4.5.18), (4.5.19) с достаточной для практики точностью можно определять по уравнению (4.5.14).

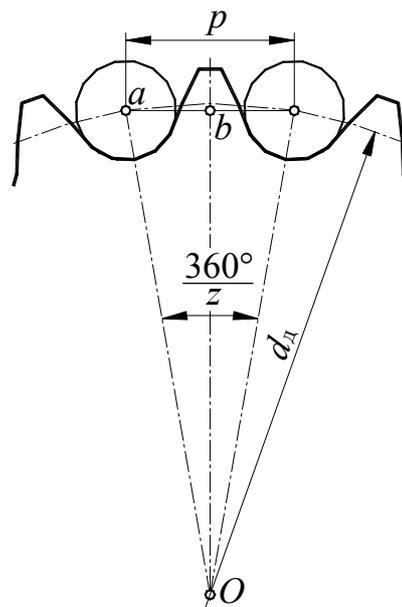


Рис. 4.5.6

### 4.5.5. ЗВЕЗДОЧКИ ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧ

Профиль зубьев звездочек должен обеспечивать их износоустойчивость, нарезание зубьев с помощью высокопроизводительных методов (например, обкаткой), плавный вход в зацеплении и выход из зацепления цепей. Зубья звездочек для втулочных и роликовых цепей профилируют по ГОСТ 591-69 (в редакции 1989 г.) (рис. 4.5.7). Основные параметры звездочек определяются нижеприведенными формулами.

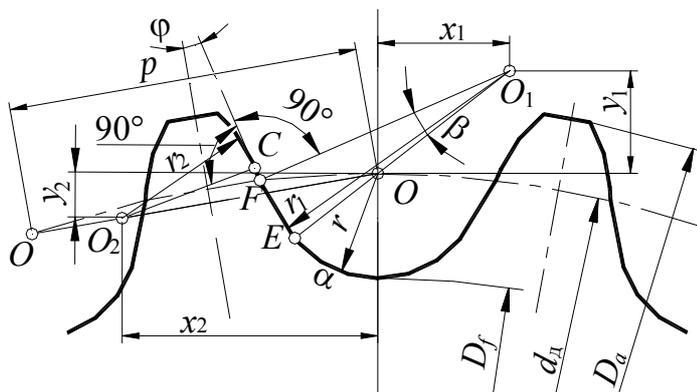


Рис. 4.5.7

Делительный диаметр звездочки  $d_d$  определяется по формуле (4.5.12).

Диаметр окружности выступов звездочки  $D_a$ :

$$D_a = p \left( 0,5 + c \operatorname{tg} \frac{180^\circ}{z} \right) \quad (4.5.20)$$

Диаметр окружности впадин  $D_f$ :

$$D_f = d_d - 2r. \quad (4.5.21)$$

Радиус впадин  $r$ :

$$r = 0,5025d_1. \quad (4.5.22)$$

где  $d_1$  – диаметр ролика (для роликовых цепей) или диаметр втулки (для втулочных цепей). Определяется по ГОСТ 13568-75 по таблицам вида  $d_1 = f(p)$ , где  $p$  – шаг цепи.

Радиус головки зуба  $r_2$ :

$$r_2 = d_1(1,24\cos\varphi_1 + 0,8\cos\beta_1) - r, \quad (4.5.23)$$

где  $\varphi = 17^\circ - \frac{64^\circ}{z}$ ,

$\beta$  – угол сопряжения.

$$\beta = 18^\circ - \frac{56^\circ}{z}.$$

$FC$  является прямым участком профиля.

$OO_2$  – расстояние от центра дуги впадины до центра дуги выступа зуба:

$$OO_2 = 1,24d_1. \quad (4.5.24)$$

Координаты точки  $O_1$ :

$$x_1 = 0,8d_1 \sin \alpha, \quad (4.5.25)$$

$$y_1 = 0,8d_1 \cos \alpha, \quad (4.5.26)$$

где  $\alpha = 55^\circ - \frac{60^\circ}{z}$ ,

Координаты точки  $O_2$ :

$$x_2 = 1,24d_1 \cos \frac{180^\circ}{z}, \quad (4.5.27)$$

$$y_2 = 1,24d_1 \sin \frac{180^\circ}{z}. \quad (4.5.28)$$

Размеры зуба и венца звездочек в *поперечном* сечении так же регламентируются ГОСТ 591-69 (в редакции 1989 года) (рис. 4.5.8).

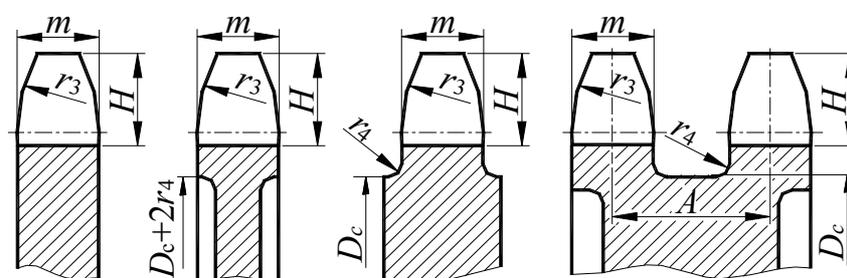


Рис. 4.5.8

Ширина зуба звездочки  $m$ :

однорядной:

$$m = (0,93B_{\text{вн}} - 0,15), \text{ мм}, \quad (4.5.29)$$

двухрядной

$$m = (0,90B_{\text{вн}} - 0,15), \text{ мм}. \quad (4.5.30)$$

В формулах (4.5.29) и (4.5.30):

$B_{\text{вн}}$  – расстояние между внутренними пластинами цепи. Определяется по ГОСТ 13568-75 по таблицам вида  $B_{\text{вн}} = f(p)$ , где  $p$  – шаг цепи.

Расстояние от вершины зуба до линии центра дуг закруглений  $H$ :

$$H = 0,8d_1. \quad (4.5.31)$$

Радиус закругления зуба (наименьший)  $r_3$ :

$$r_3 = 1,7d_1 \quad (4.5.32)$$

Радиус закругления  $r_4$ :

$$\begin{aligned} \text{при } p \leq 35 \text{ мм } r_4 &= 1,6 \text{ мм}, \\ \text{при } p > 35 \text{ мм } r_4 &= 2,5 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (4.5.33)$$

Диаметр обода (наибольший)  $D_c$ :

$$D_c = p \operatorname{ctg} \frac{180^\circ}{z} - 1,3h . \quad (4.5.34)$$

Для обеспечения износостойкости и сопротивляемости ударным нагрузкам детали цепей и звездочки изготавливают из термически обработанных или цементованных углеродистых и легированных сталей (60, 65Г, 20, 20Х и др.).

Звездочки тихоходных передач (при  $v \leq 3$  м/с) при спокойных нагрузках можно изготавливать их серых чугунов (СЧ 21-40 и др.) с последующей закалкой.

Число зубьев звездочек  $z$  выбирают из следующего ряда: 9, 10, 11, 12, (13), 14, (15), 16, (17), 18, (19), 20, (22), 25, (28), 32, (36), 40, (45), 50, (56), 63, (71), 80. Рекомендуется принимать число зубьев не менее 13; при больших скоростях и для ответственных передач принимают большие значения, но не свыше 120. При четном числе звеньев цепи следует выбирать нечетное число зубьев звездочки.

#### 4.5.6. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧЕ

Расчетная сила натяжения *ведущей* ветви цепи:

$$F_p = F_t + F_1 + F_v , \quad (4.5.35)$$

где  $F_t$  – окружная сила, Н;

$$F_t = 2000 \frac{T_{н1}}{d_{д1}} . \quad (4.5.36)$$

$F_1$  – сила натяжения *ведомой* ветви цепи;

$$F_1 = F_0 + F_{ц} , \quad (4.5.37)$$

где  $F_0$  – сила натяжения от собственной силы тяжести холостой ветви;

при *горизонтальном* (и близком к нему) положении линии, соединяющей оси звездочек:

$$F_0 = \frac{qga^2}{8f} = \frac{1,23qa^2}{f} , \quad (4.5.38)$$

при *вертикальном* (и близком к нему) положении линии центров звездочек:

$$F_0 = mga , \quad (4.5.39)$$

где  $q$  – масса 1 м цепи, кг;

$g=9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения;

$a$  – межосевое расстояние, м;

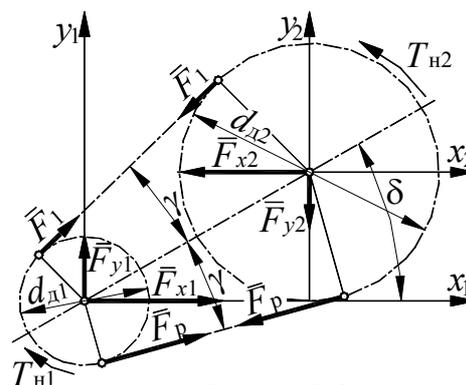


Рис. 4.5.9

$f$  – стрела провисания ветви.

$F_{ц}$  – сила натяжения от действия *центробежных* сил:

$$F_{ц} = qv^2. \quad (4.5.40)$$

$F_v$  – *динамическая* нагрузка, обусловленная неравномерностью движения:

$$F_v = (F_v' + F_v'')\Delta_y, \quad (4.5.41)$$

где  $F_v'$  – динамическая нагрузка от неравномерности движения ведомой звездочки и приведенных к ней масс:

$$F_v' = \frac{\lambda n_1^2 J}{90}, \quad (4.5.42)$$

где  $\lambda$  – коэффициент, учитывающий влияние числа зубьев ведомой звездочки  $z_2$ :

$$\lambda = \frac{\pi}{z_2}, \quad (4.5.43)$$

$n_1$  – частота вращения ведущей звездочки,

$J$  – момент инерции ведомой звездочки и всех сопряженных вращающихся деталей на ее валу;

$F_v''$  – динамическая нагрузка от неравномерности движения цепи:

$$F_v'' = \frac{ql_1 n_1^2 p}{180}, \quad (4.5.44)$$

где  $l_1$  – длина ведущей ветви;

$p$  – шаг цепи;

$\Delta_y$  – коэффициент, учитывающий влияние упругости и провисания цепи ( $\Delta_y = 0,5$  при  $a = 30 p$ ,  $\Delta_y = 0,75$  при  $a = 80 p$ ).

*Центробежная* сила на валы и опоры не передается.

$$F_y = F_{y1} = F_{y2} = F_0 \sin(\delta + \gamma) + (F_t + F_0 + F_v) \sin(\delta - \gamma), \quad (4.5.45)$$

$$F_x = F_{x1} = F_{x2} = F_0 \cos(\delta + \gamma) + (F_t + F_0 + F_v) \cos(\delta - \gamma), \quad (4.5.46)$$

где, на основании формулы (4.5.11):

$$\gamma = \arcsin \frac{d_{д1}(u-1)}{2a}. \quad (4.5.47)$$

#### 4.5.7. РАСЧЕТ РОЛИКОВОЙ ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧИ ПО КРИТЕРИЯМ ЕЕ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Основным критерием работоспособности цепных передач является *износ шарниров цепи*.

Поэтому главной целью проектирования передач является подбор такой цепи, которая в заданных условиях работы будет обладать достаточной долговечностью. Проектирование цепных передач базируется главным образом на опытных данных.

Для проектирования должны быть заданы: номинальная передаваемая мощность  $P_{H2}$  или момент  $T_{H2}$ , частоты вращения валов  $n_1$  и  $n_2$  или одного из валов и передаточное отношение  $u$ ; назначение передачи; условия работы передачи; предполагаемые габариты передачи; расположение передачи.

#### 4.5.7.1. ПРОЕКТНЫЙ РАСЧЕТ

В качестве исходных данных заданы значения  $T_{H2}$ ,  $u$ ,  $n_2$ , условия работы передачи.

Расчетный момент  $T_{H1}$ :

$$T_{H1} = \frac{T_{H2}}{\eta u}, \quad (4.5.48)$$

где  $\eta$  – коэффициент полезного действия цепной передачи;

при постоянном обильном смазывании (масляная ванна, циркуляционное смазывание, масляный туман)  $\eta = 0,95-0,97$ ;

при нерегулярном периодическом смазывании  $\eta = 0,92-0,94$ ;

при работе без смазки  $\eta = 0,9-0,92$ .

Частота вращения ведущей (входной) звездочки  $n_1$ :

$$n_1 = u n_2. \quad (4.5.49)$$

Число зубьев малой ведущей звездочки  $z_1$  (*оптимальное*) определяется по таблице 4.5.1.

Таблица 4.5.1

$u$	св. 1 до 2	св. 2 до 3	св. 3 до 4	св. 4 до 5	св. 5 до 6	св. 6 до 7	св. 7 до 8
$z_1$	27	25	23	21	19	17	15

Число рядов цепи  $m$  выбирается конструктором.

Число зубьев большой звездочки  $z_2$ :

$$z_2 = z_1 u. \quad (4.5.50)$$

Полученное значение по формуле (4.5.50) значение  $z_2$  округлить до ближайшего целого числа;

$z_2$  при нечетном числе  $z_1$  должно быть четным;

$$z_{2\max} = 120.$$

Передаточное число  $u_{\phi}$  (уточненное значение):

$$u_{\phi} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (4.5.51)$$

Отклонение передаточного числа от заданного  $\Delta u$ :

$$\Delta u = \frac{u_{\phi} - u}{u} 100\%. \quad (4.5.52)$$

Должно выполняться условие  $\Delta u \leq 4\%$ . В противном случае следует выбрать другое число зубьев  $z_2$ .

Шаг цепи  $p$ :

при  $n_1 \leq 620$  об/мин:

для однорядной цепи:

$$p \geq 2,78(k_3 T_{H1})^{0,33} n_1^{0,037}, \quad (4.5.53)$$

для двухрядной цепи:

$$p \geq 2,33(k_3 T_{H1})^{0,33} n_1^{0,037}, \quad (4.5.54)$$

при  $n_1 > 620$  об/мин:

для однорядной цепи:

$$p \geq 0,85(k_3 T_{H1})^{0,33} n_1^{0,222}, \quad (4.5.55)$$

для двухрядной цепи:

$$p \geq 0,72(k_3 T_{H1})^{0,33} n_1^{0,222}. \quad (4.5.56)$$

В формулах (4.5.53) – (4.5.56):

$k_3$  – коэффициент, учитывающий условия монтажа и эксплуатации.

$$k_3 = k_v k_H k_{cm} k_{\Pi} k_p. \quad (4.5.57)$$

где  $k_v$  – динамический коэффициент.

$k_v = 1,00$  при спокойной нагрузке.

$k_v = 1,25$  при переменной нагрузке.

$k_v = 2,00$  при ударной нагрузке,

$k_H$  – коэффициент, учитывающий влияние наклона линии центров звездочек к горизонту.

$k_H = 1,00$  при угле наклона  $\delta$  до  $60^\circ$  и автоматическом регулировании;

$k_H = 1,25$  при угле наклона  $\delta$  более  $60^\circ$ .

$k_{cm}$  – коэффициент, зависящий от способа смазывания.

$k_{cm} = 0,8$  при картерной смазке;

$k_{cm} = 1,0$  при непрерывной смазке;

$k_{cm} = 1,5$  при периодической смазке.

$k_{\Pi}$  – коэффициент, учитывающий периодичность работы передачи.

$k_{\Pi} = 1,00$  при работе в одну смену;

$k_{\text{п}}=1,25$  при двусменной работе;  
 $k_{\text{п}}=1,50$  при трехсменной работе.

$k_{\text{р}}$  – коэффициент, зависящий от способа регулирования.

$k_{\text{р}}=1,0$  при регулировке передвигающимися опорами;

$k_{\text{р}}=0,8$  при регулировке нажимными звездочками;

$k_{\text{р}}=1,25$  для нерегулируемой передачи.

$d_1$  – диаметр ролика (для *роликовых* цепей) или диаметр втулки (для *втулочных* цепей) приводных роликовых цепей типа ПР, величина которых определяется из табл. 4.5.2.

Таблица 4.5.2

Размеры, мм							$Q$ , кН	$q$ , кг/м	$A_{\text{оп}}$ , мм <sup>2</sup>
$p$	$B_{\text{вн}}$	$d$	$d_1$	$h$	$b$	$A$			
<i>Однорядные цепи</i>									
9,525	5,72	3,28	6,35	8,5	17	-	9,1	0,45	28,1
12,700	7,75	4,45	8,51	11,8	19		18,2	0,75	39,6
15,875	9,65	5,08	10,16	14,8	24		22,7	1,00	54,8
19,050	12,70	5,94	11,91	18,2	33		31,8	1,90	105,8
25,400	15,88	7,92	15,88	24,2	39		60,0	2,60	179,7
31,750	19,05	9,53	19,05	30,2	46		89,5	3,80	262,0
38,100	25,40	11,10	22,23	36,2	58		127,0	5,50	394,0
44,450	25,40	12,70	25,4	42,4	62		172,4	7,50	473,0
50,800	31,75	14,27	28,58	48,3	72		227,0	9,70	646,0
<i>Двухрядные цепи</i>									
12,70	7,75	4,45	8,51	11,80	35,0	13,92	31,8	1,4	105
15,87	9,65	5,08	10,16	14,80	41,0	16,59	45,4	1,9	140
19,05	12,70	5,96	11,91	18,08	53,4	23,78	104,0	2,9	211
25,40	15,88	7,92	15,88	24,20	68,0	29,29	114,0	5,0	359
31,70	19,05	9,53	19,05	30,20	82,0	35,76	177,0	7,3	524
38,10	25,40	11,12	22,23	36,20	104,0	45,44	254,0	11,0	788
44,45	25,40	12,70	25,4	42,20	110,0	48,87	344,8	14,4	946
50,80	31,70	14,27	28,58	48,30	130,0	58,55	453,6	19,1	1292
<i>Примечания:</i>									
1. Параметр $A_{\text{оп}}$ , мм <sup>2</sup> – проекция опорной поверхности шарнира.									
2. $A$ – расстояние между плоскостями, проходящими через середины роликов первого и второго рядов цепи									
3. Стандарт не распространяется на цепи для буровых установок									

Остальные размеры передачи можно определить, воспользовавшись формулами, приведенными в разделах 4.5.4 и 4.5.5.

## 4.5.7.2. ПРОВЕРОЧНЫЕ РАСЧЕТЫ

### 4.5.7.2.1. ПРОВЕРКА ПО ЧИСЛУ УДАРОВ ЦЕПИ О ЗУБЬЯ ЗВЕЗДОЧЕК

Эта проверка сводится к определению числа ударов цепи о зубья звездочек  $U$  и сравнению его с допускаемым числом ударов  $U_p$ .

Должно выполняться условие:

$$U \leq U_p. \quad (4.5.58)$$

$$U_p = \frac{508}{p}, \quad (4.5.59)$$

$$U = 0,0667 \frac{z_1 n_1}{a}. \quad (4.5.60)$$

Нарушение условия (4.5.58) не допускается. В противном случае следует увеличить межосевое расстояние  $a$ .

### 4.5.7.2.2. ПРОВЕРКА ПО ДАВЛЕНИЮ В ШАРНИРАХ ЦЕПИ

При этой проверке определяется расчетное давление в шарнирах  $p_{\text{расч}}$  и сравнивается с допускаемым давлением  $p_p$ . Должно выполняться условие:

$$p_{\text{расч}} \leq p_p. \quad (4.5.61)$$

$$p_{\text{расч}} = \frac{F_p k_3}{A_{\text{оп}}}. \quad (4.5.62)$$

Значение  $F_p$  определяется по формуле (4.5.35), значение  $k_3$  – по формуле (4.5.57), значение  $A_{\text{оп}}$  – по табл. 4.5.2.

Допустимое давление  $p_p$  в шарнире для роликовых цепей определяется по табл. 4.5.3.

Таблица 4.5.3

*Допустимое давление  $p_p$  в шарнире для роликовых цепей, МПа,  
при  $k_3 = 1$  (для  $d=15-30$ )*

Шаг цепи $p$ , мм	Частота вращения меньшей звездочки, мин <sup>-1</sup>									
	<50	200	400	600	800	1000	1200	1600	2000	2400
12,70-15,875	-	31,5	28,7	26,2	24,2	22,4	21,0	18,5	16,6	15,0
19,05-25,40	-	30,0	26,2	23,4	21,0	19,0	17,5	15,0	-	
31,75-38,10	35	28,7	24,2	21,0	18,5	16,6	15,0	-		
44,45-50,80	-	26,2	21,0	17,5	15,0	-				

Перегрузка цепи не допускается. Если условие (4.5.61) не выполняется, то следует либо принять цепь с большим шагом  $p$ , либо увеличить  $z_1$ . После принятой корректировки следует произвести перерасчет передачи.

#### 4.5.7.2.3. ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЦЕПИ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ БЕЗОПАСНОСТИ

При проверке цепи по коэффициенту безопасности определяется действительный коэффициент безопасности  $s$  и сравнивается с нормативный коэффициент безопасности  $s_p$ . Должно выполняться условие:

$$s \geq s_p. \quad (4.5.63)$$

$$s = \frac{Q}{F_p}, \quad (4.5.64)$$

где  $Q$  – разрушающая нагрузка (определяется по табл. 4.5.2),

$F_p$  – расчетная сила натяжения *ведущей* ветви цепи (определяется по уравнению (4.5.35).

$s_p$  – нормативный коэффициент безопасности (определяется по табл. 4.5.4).

Должно выполняться условие:  $s_p \leq s$ .

Перегрузка цепи не допускается.

Если условие  $s_p \leq s$  не выполняется, то следует либо принять цепь с большим шагом  $p$ , либо увеличить  $z_1$ .

После принятой корректировки следует произвести перерасчет передачи.

Таблица 4.5.4

*Нормативные коэффициенты безопасности  $s_p$  приводных роликовых цепей нормальной серии ПР и 2ПР*

$n_1$ , об/мин	Шаг цепи $p$ , мм							
	12,7	15,875	19,05	25,4	31,75	38,1	44,45	50,8
50	7,1	7,2		7,3	7,4	7,5	7,6	
100	7,3	7,4	7,5	7,6	7,8	8,0	8,1	8,4
300	7,9	8,2	8,4	8,9	9,4	9,8	10,3	10,8
500	8,5	8,9	9,4	10,2	11,0	11,8	12,5	-
750	9,3	10	10,7	12,0	13,0	14,0	-	
1000	10,0	10,8	11,7	13,3	15,0	-		
1250	10,6	11,6	12,7	14,5	-		-	